

УНИВЕРСАЛЬНЫЙ МЕХАНИЗМ 6.0



# Примеры моделирования

---

Руководство пользователя

2010

Данное пособие предназначено для помощи пользователю в изучении особенностей использования различных типовых шарниров и силовых элементов. Пособие основано на готовых моделях механических систем, содержащихся в каталоге Samples/Library.

## Оглавление

### 7. Примеры моделирования

|  |             |
|--|-------------|
| <b>7. ПРИМЕРЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ.....</b>                                       | <b>7-2</b>  |
| <b>7.1. Общая информация .....</b>   | <b>7-5</b>  |
| <b>7.2. Затухающие свободные колебания .....</b>                           | <b>7-5</b>  |
| 7.2.1. Описание модели .....   | 7-5         |
| 7.2.2. Моделирование.....  | 7-6         |
| <b>7.3. Простой фрикционный элемент.....</b>                               | <b>7-7</b>  |
| 7.3.1. Тела и шарниры .....  | 7-7         |
| 7.3.2. Силовые элементы.....   | 7-7         |
| 7.3.3. Идентификаторы-выражения и расчет контактной жесткости и диссипации | 7-9         |
| 7.3.4. Макрокоманды идентификаторов.....                                   | 7-10        |
| 7.3.5. Моделирование.....  | 7-10        |
| 7.3.5.1. Свободное движение (Free).....                                    | 7-11        |
| 7.3.5.2. Влияние пружины (Simple spring).....                              | 7-12        |
| 7.3.5.3. Вынужденные колебания по действию периодической силы (Excitation) | 7-13        |
| 7.3.5.4. Вынужденные колебания при вибрации основания (Vibration).....     | 7-13        |
| <b>7.4. Упруго-фрикционный элемент 2.....</b>                              | <b>7-14</b> |
| 7.4.1. Описание модели .....   | 7-14        |
| 7.4.2. Частотные свойства упруго-фрикционного (2) элемента .....           | 7-15        |
| 7.4.3. Результаты моделирования .....                                      | 7-17        |
| <b>7.5. Шарнир постоянной скорости.....</b>                                | <b>7-19</b> |
| 7.5.1. Описание моделей .....  | 7-19        |
| 7.5.2. Моделирование динамики валов.....                                   | 7-21        |
| <b>7.6. Куб на плоскости.....</b>  | <b>7-23</b> |
| 7.6.1. Особенности описания модели .....                                   | 7-23        |
| 7.6.1.1. Описание контактного взаимодействия.....                          | 7-23        |
| 7.6.1.2. Кватернионный шарнир .....  | 7-23        |
| <b>7.7. Тело, прыгающее на стержне.....</b>                                | <b>7-24</b> |
| 7.7.1. Особенности описания модели .....                                   | 7-24        |
| 7.7.1.1. Описание графического образа тела 1 .....                         | 7-24        |
| 7.7.1.2. Описание шарнирной силы .....                                     | 7-24        |
| 7.7.1.3. Описание контактных сил .....                                     | 7-24        |
| <b>7.8. Контакт точки с кривой.....</b>                                    | <b>7-26</b> |
| 7.8.1. Контакт точки с винтовой линией .....                               | 7-26        |
| 7.8.1.1. Задание кривой.....   | 7-26        |
| 7.8.1.2. Задание материальной точки.....                                   | 7-27        |
| 7.8.1.3. Задание контактной силы .....                                     | 7-27        |
| 7.8.1.4. Моделирование динамики.....                                       | 7-28        |
| 7.8.1.4.1. Расчет начального положения точки .....                         | 7-28        |

|  |  |             |
|--|--|-------------|
| 7.8.1.4.2.   | Переменные, соответствующие контакту точка-кривая.....             | 7-31        |
| 7.8.1.4.3.   | Моделирование динамики точки на кривой.....                        | 7-32        |
| <b>7.9.</b>  | <b>Шесть способов описать пружину.....</b>                         | <b>7-34</b> |
| 7.9.1.   | Особенности описания модели .....                                  | 7-35        |
| 7.9.1.1.   | Различия при использовании биполярной и шарнирной силы.....        | 7-35        |
| 7.9.2.   | Результаты моделирования .....                                     | 7-35        |
| <b>7.10.</b>   | <b>Силовой элемент «Комбинированное трение».....</b>               | <b>7-36</b> |
| 7.10.1.  | Модели с комбинированным трением.....                              | 7-36        |
| 7.10.1.1.  | Тела и шарниры.....  | 7-37        |
| 7.10.1.2.  | Силовой элемент «комбинированное трение».....                      | 7-37        |
| 7.10.1.3.  | Гармоническое силовое возбуждение по вертикали .....               | 7-40        |
| 7.10.2.  | Многочастотные модели.....   | 7-40        |
| 7.10.2.1.  | Модель <i>CF2D_without_fict_MBS</i> .....                          | 7-41        |
| 7.10.2.2.  | Модель <i>CF2D_with_fict_MBS</i> .....                             | 7-41        |
| 7.10.3.  | Результаты моделирования .....                                     | 7-41        |
| <b>7.11.</b>   | <b>Многочастотная колебательная система.....</b>                   | <b>7-42</b> |
| 7.11.1.  | Особенности модели.....  | 7-42        |
| 7.11.1.1.  | Описание графического образа пружины.....                          | 7-42        |
| 7.11.1.2.  | Определение собственных частот системы .....                       | 7-42        |
| <b>7.12.</b>   | <b>Автоколебания: движение тела по шероховатой плоскости .....</b> | <b>7-44</b> |
| 7.12.1.  | Особенности модели.....  | 7-44        |
| 7.12.1.1.  | Описание контактного взаимодействия.....                           | 7-44        |
| 7.12.1.2.  | Движение по направляющей .....                                     | 7-44        |
| 7.12.1.3.  | Графический образ базы.....  | 7-44        |
| 7.12.2.  | Результаты моделирования .....                                     | 7-44        |
| <b>7.13.</b>   | <b>Балка на роликах .....</b>                                      | <b>7-46</b> |
| 7.13.1.  | Особенности модели.....  | 7-46        |
| Задание контактного взаимодействия типа “Окружность-плоскость” ..... | 7-46   |             |
| Описание графического элемента в виде архимедовой спирали .....      | 7-46   |             |
| <b>7.14.</b>   | <b>Движение тела как функция времени .....</b>                     | <b>7-48</b> |
| 7.14.1.  | Особенности описания модели .....                                  | 7-48        |
| 7.14.1.1.  | Описание движения тела 3 относительно базы .....                   | 7-48        |
| 7.14.1.2.  | Графический образ базы.....  | 7-48        |
| 7.14.2.  | Результаты моделирования .....                                     | 7-49        |
| <b>7.15.</b>   | <b>Использование обобщенного шарнира.....</b>                      | <b>7-50</b> |
| 7.15.1.  | Описание обобщенных шарниров.....                                  | 7-50        |
| <b>7.16.</b>   | <b>Зубчатая передача с эллиптическими колёсами.....</b>            | <b>7-51</b> |
| 7.16.1.  | Описание графического образа колёс.....                            | 7-51        |
| 7.16.2.  | Описание кинематики колёс .....                                    | 7-51        |
| <b>7.17.</b>   | <b>Игра преследования .....</b>                                    | <b>7-53</b> |
| 7.17.1.  | Тела .....   | 7-53        |
| 7.17.2.  | Шарниры.....   | 7-53        |
| 7.17.3.  | Силы.....  | 7-54        |
| 7.17.4.  | Моделирование.....   | 7-54        |

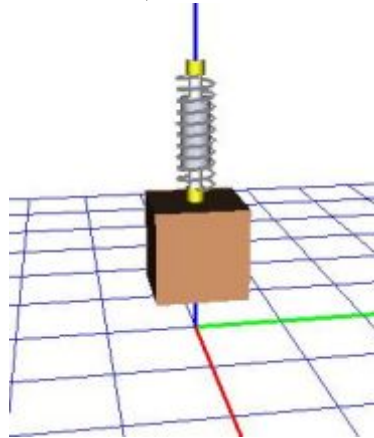
|   |             |
|---|-------------|
| <b>7.18. Коническая зубчатая передача.....</b>                              | <b>7-55</b> |
| 7.18.1. Графические образы колес.....                                       | 7-55        |
| 7.18.2. Шарниры.....  | 7-55        |
| 7.18.3. Силы в зацеплении.....  | 7-56        |
| <b>7.19. Деформируемая молекула.....</b>                                    | <b>7-57</b> |
| 7.19.1. Графический образ.....  | 7-57        |
| 7.19.2. Тело.....   | 7-57        |
| 7.19.3. Программирование в файле управления.....                            | 7-58        |
| <b>7.20. Торсион.....</b>   | <b>7-59</b> |
| <b>7.21. Преобразование типа шарнира и параметризация оси вращения.....</b> | <b>7-61</b> |

## 7.1. Общая информация

Данное пособие предназначено для помощи пользователю в изучении особенностей использования различных типовых шарниров и силовых элементов. Пособие основано на готовых моделях механических систем, содержащихся в каталоге *Samples/Library*.

## 7.2. Затухающие свободные колебания

**Пример:** иллюстрация к понятию “доля демпфирования от критического  $\beta$ ” (Гл. 2, п. Методика расчета параметров контакта).



UM Модель: *Library/DampingRatio*

### 7.2.1. Описание модели

Рассматривается очень простая модель – груз, совершающий вертикальные затухающие колебания под действием силы тяжести и линейной упруго-диссипативной силы, действующей также вертикально.

Рассмотрим описание силовых элементов. Механическая система включает одну биполярную силу с именем **Spring & Dissipation** типа **Выражение**. Математическая модель силы полностью параметризована

$$-cstiff*(x-1.25)-cdiss*v-mass*9.81.$$

Проведем разбор этого выражения. Выражение содержит три составные части, первое из которых соответствует упругой силе, второе – диссипации, а третье, равное весу груза, компенсирует действие силы тяжести и гарантирует равновесие груза в начале координат (и при нулевых значениях координат).

В выражении  $x, v$  – стандартные идентификаторы длины элемента и скорости ее изменения. Идентификаторы  $cstiff, cdiss$  параметризуют коэффициент жесткости и диссипации элемента, а число 1.25 равно текущей длине элемента (соответствует подсказке *Длина* в инспекторе). Таким образом, при  $x=1.25$  и  $v=0$  сила равна минус силе тяжести и гарантирует равновесие тела в том положении, которое изображено на рисунке.

Совершенно не важно, каким значением инициализировать введенные идентификаторы  $cstiff, cdiss$ , поскольку мы собираемся выразить их значения через другие идентификаторы – частота колебаний и доля демпфирования от критического. Жесткость выражена через независимые параметры следующим образом:  $4*\pi^2*f^2*Mass$ . Коэффициент диссипации:  $2*beta*\sqrt{mass*cstiff}$

Здесь мы использовали формулы, полученные в *Главе 2, п. Методика расчета параметров контакта*.

Если теперь изменить в списке идентификаторов значений идентификаторов частоты ( $f = 1$ ) и доли демпфирования  $beta = 0,1$ , то коэффициенты жесткости и диссипации будут автоматически рассчитаны.

| Имя     | Выражение   | Значение   | Комп |
|---------|---|------------|------|
| mass    | 1000  |            |      |
| f       | 1   |            |      |
| costiff | $4 \cdot \pi^2 \cdot 2 \cdot \text{Mass}$           | 3.94784E+4 |      |
| beta    | 0.2   |            |      |
| cdiss   | $2 \cdot \text{beta} \cdot \text{sqrt}(\text{mas})$ | 2513.27    |      |

Рис. 7.1. Автоматический расчет значений идентификаторов *costiff*, *cdiss*

Модель колебательной системы создана. Обратите внимание, что введенное тело имеет шесть степеней свободы, поскольку при визуальном конструировании добавление тела, не связанного с другими телами шарнирами, автоматически добавляет шарнир с шестью степенями свободы (три декартовы координаты и три угла ориентации в последовательности поворотов 1, 2, 3). Этот шарнир не добавляется к списку шарниров, однако соответствующие степени свободы будут доступны при моделировании для задания начальных условий. Если соединить данное тело с каким-либо другим телом или с базой, то описанные шесть степеней свободы будут игнорироваться.

### 7.2.2. Моделирование

При запуске данного объекта в программе моделирования автоматически открывается анимационное и графическое окно. В последнем окне при моделировании строится график координаты Z центра груза. В качестве начальных условий груз поднят на 0.5м по вертикали от положения равновесия. Проведите несколько численных экспериментов, меняя величину демпфирования и частоту (идентификаторы *beta*, *f*).

Заметим, что описанная модель использовалась для построения графика затухающих колебаний в *Главе 2. n. Методика расчета параметров контакта.*

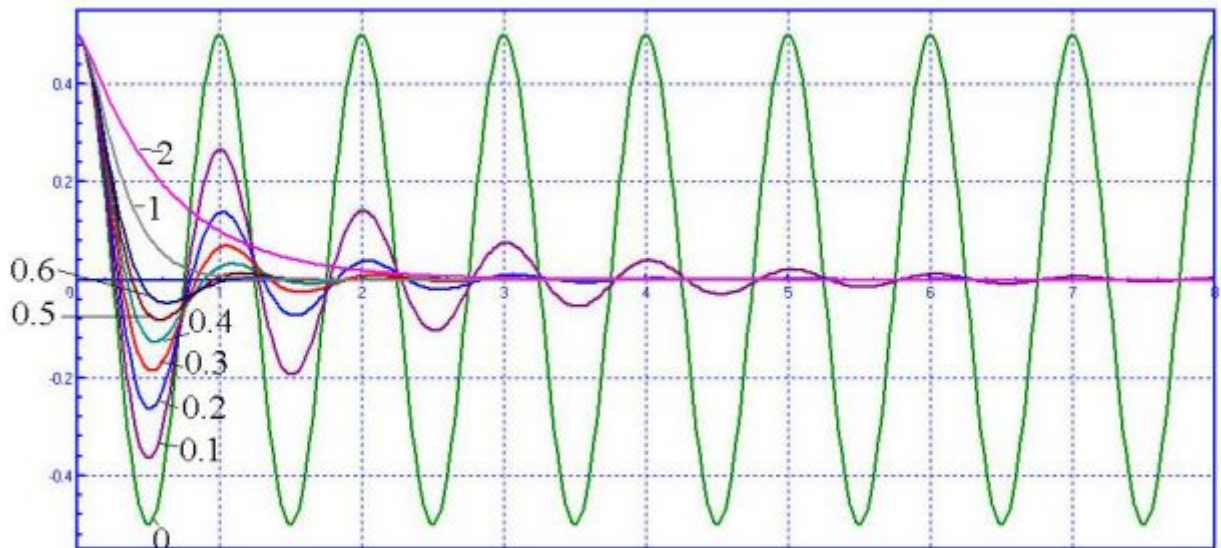
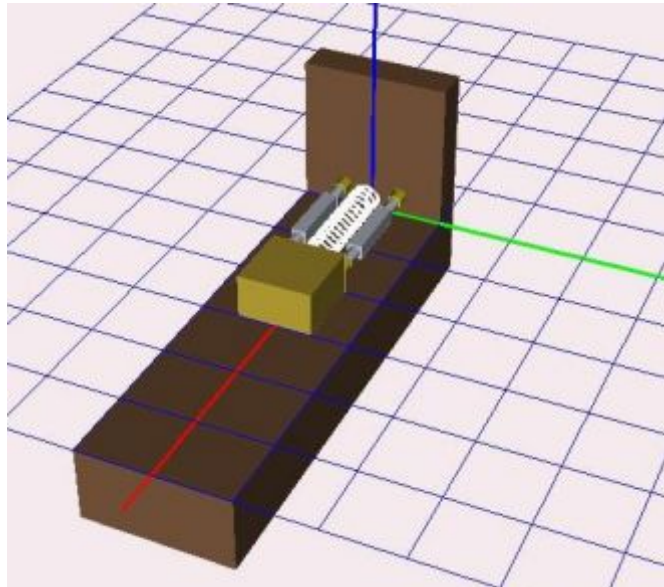


Рис. 7.2. Процесс затухания при различных значениях доли демпфирования от критического

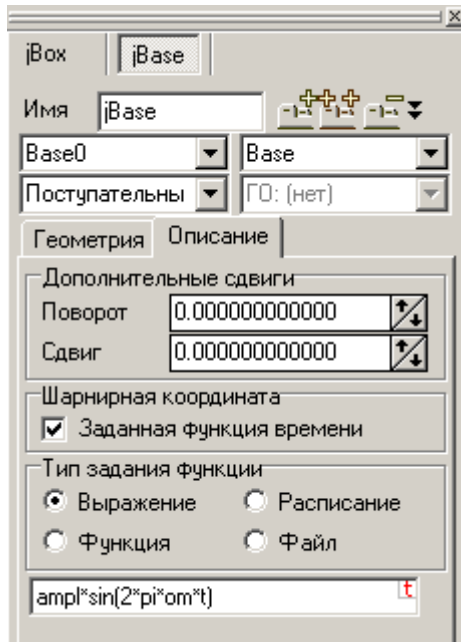
### 7.3. Простой фрикционный элемент

**Пример:** использование фрикционной и упруго-фрикционной модели трения, фрикционные гасители (Гл.2, пп. *Силовые элементы / Типы скалярных сил*)



UM Модель: *Library/ElastFriction*

#### 7.3.1. Тела и шарниры



Модель содержит два тела: **Box** (ящик) и **Base** (основание). Масса первого тела параметризована идентификатором *mbox*, масса второго тела не используется, поскольку его движение задано в виде явной функции времени.

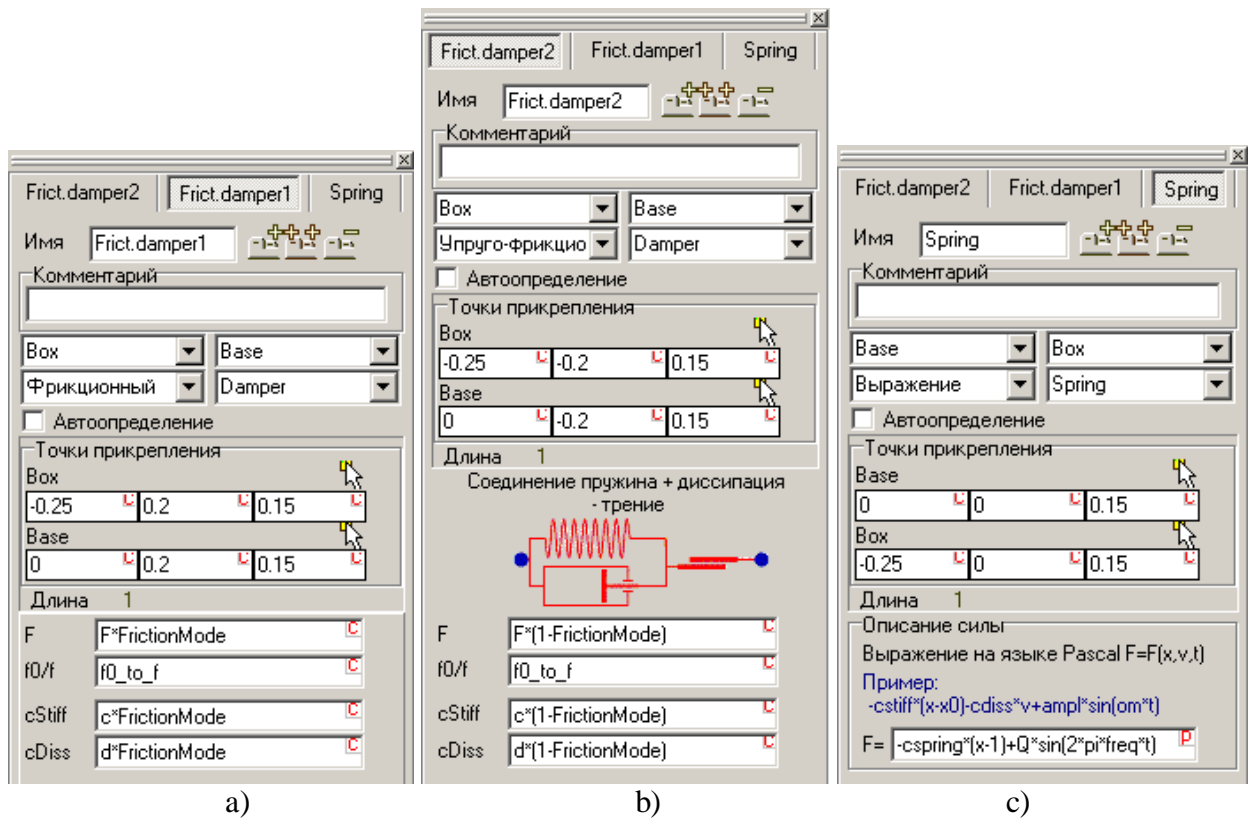
Тело **Box** имеет одну поступательную степень свободы вдоль оси X (шарнир *jBox*), а поступательное движение тела **Base** вдоль оси задано в виде гармонических колебаний. В последнем случае использован поступательный шарнир *jBase*, в котором координата является явной функцией времени, заданной с помощью выражения

$$Ampl \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot om \cdot t)$$

Выражение полностью параметризовано и позволяет менять как амплитуду (идентификатор *ampl*), так и частоту в герцах (идентификатор *om*) вибраций. В частности, если положить *ampl*=0, то основание будет неподвижно.

#### 7.3.2. Силовые элементы

Модель содержит три биполярных силовых элемента различных типов, соединяющих тела **Box** и **Base**. Элементы постоянно направлены параллельно оси X и создают силы, зависящие от относительного движения и положения пары тел.



Два из трех силовых элемента создают силу трения, моделируя фрикционный гаситель. Поскольку модель создана именно для изучения свойств моделей трения, при моделировании динамики один из двух элементов будет выключен, а другой включен. С этой целью введен идентификатор *FrictionMode*: если его значение равно 0, то работает один силовой элемент, если 1 – то другой.

Элемент *FrictDamper1* (рис. а) соответствует модели силы “фрикционная” и описывается следующими параметрами:

- сила трения скольжения параметризована выражением

$$F * FrictionMode,$$

где  $F$  – значение силы трения скольжения, а множитель *FrictionMode* выключает силы при значении *FrictionMode* =0;

- отношение коэффициентов трения покоя и скольжения параметризовано идентификатором  $f0\_to\_f$  (по умолчанию принято значение идентификатора 1.2);
- выражение для коэффициента жесткости в режиме сцепления

$$c * FrictionMode,$$

( $c$  – собственно коэффициент жесткости, выключается при *FrictionMode* =0);

- выражение для коэффициента диссипации в режиме сцепления

$$d * FrictionMode,$$

( $d$  – собственно коэффициент диссипации, выключается при *FrictionMode* =0).

Элемент *FrictDamper2* (рис. б) соответствует модели силы “упруго-фрикционная” и описывается теми же параметрами и идентификаторами, что и элемента *FrictDamper1*. Отличие в параметризации элемента заключается в замене множителя *FrictionMode* на  $1-FrictionMode$ ,

то есть элемент выключен при *FrictionMode* =1.

Последний элемент *Spring* (пружина), изображенный пружиной, задан выражением  $-c_{spring} * (x-1) + Q * \sin(2 * \pi * freq * t)$ .

Остановимся подробно на разборе этого выражения. Сила, задаваемая этим выражением, состоит из двух слагаемых. Первое слагаемое  $-c_{spring} * (x-1)$  соответствует линейной вос-

становливающей (упругой) силе с коэффициентом жесткости *cspring* (то есть выключается при *cspring=0*). Поскольку *x* – это стандартный идентификатор длины биполярного элемента, то ясно, что в случае ненулевой жесткости сила обращается в ноль при *x=1*, то есть как раз при той длине элемента, которая соответствует несмещенному положению тела *Box* (при нулевом значении координаты) – обратите внимание на значение параметра *Длина 1* на рис.с. Обратите внимание также на знак минус в этом выражении: если этот знак опустить, то выражение будет неверным. Для того чтобы убедиться в этом, можете поставить численный эксперимент с моделью, задав отрицательное значение коэффициента жесткости *cspring*.

Второе слагаемое  $Q \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot \text{freq} \cdot t)$  задает гармоническую возмущающую силу, которая выключается при  $Q=0$ . Частота параметризована идентификатором *freq*. Поскольку  $\pi$  – это стандартный идентификатор числа  $\pi = 3.1415926536\dots$ , то ясно, что частота возмущающей силы задана в герцах.

Таким образом, хотя данный силовой элемент изображен пружиной, он может быть выключен (одновременно  $Q=0$ ,  $cspring=0$ ), быть линейной пружиной ( $Q=0$ ,  $cspring \neq 0$ ), являться комбинированным упруго-возмущающим ( $Q \neq 0$ ,  $cspring \neq 0$ ) или чисто возмущающим ( $Q \neq 0$ ,  $cspring=0$ ) элементом. Это в очередной раз показывает, что образ элемента никак не связан с его свойствами, но все же желательно назначать образ, который бы делал элемент узнаваемым.

### 7.3.3. Идентификаторы-выражения и расчет контактной жесткости и диссипации

| Имя          | Выражение            | Значение   | Комментарий                                  |
|--------------|----------------------|------------|--|
| mbody        | 10                   |            | Mass of box                                  |
| k            | 50                   |            | Sticking frequency, Hz                       |
| beta         | 0.1                  |            | Sticking damping ratio                       |
| c            | mbody*k^2*4*pi^2     | 9.86960E+5 | Contact stiffness                            |
| d            | 2*beta*sqrt(mbody*c) | 628.319    | Contact damping                              |
| F            | 10                   |            | Friction sliding force                       |
| f0_to_f      | 1.2                  |            | Ratio static/dynamic coefficient of friction |
| cspring      | 0                    |            | Spring ratio                                 |
| q            | 0                    |            | Excitation amplitude                         |
| freq         | 0                    |            | Excitation frequency, Hz                     |
| ampl         | 0                    |            | Aplitude of base vibration                   |
| om           | 0                    |            | Frequency of base vibration (Hz)             |
| FrictionMode | 1                    |            | 0 - Friction1, 1 - Friction2                 |

На рисунке представлен список идентификаторов объекта. Кроме тех, смысл которых уже обсуждался выше, введено два дополнительных идентификатора: *k* – контактная частота фрикционного элемента в режиме сцепления (в списке – 50Гц) и *beta* – доля демпфирования от критического в режиме сцепления. Эти две переменные используются для расчета контактной жесткости и диссипации фрикционных элементов в режиме сцепления. При этом использованы следующие известные формулы (см. Глава 2, п. Методика расчета параметров контакта):

$$c = 4\pi^2 k^2 m, \quad d = 2\beta \sqrt{mc},$$

связывающие с определяемыми величинами массу *m* точки, прикрепленной к линейному упруго-диссипативному элементу, частоту в герцах *k* и долю демпфирования от критического  $\beta$ .

Здесь мы имеем пример программирования идентификаторов  $c$ ,  $d$ , которые являются идентификаторами-выражениями, зависящими от других идентификаторов (обязательно расположенных в списке выше). В результате значения этих идентификаторов невозможно изменять напрямую, параметры сцепления рассчитываются по частоте и доле демпфирования.

### 7.3.4. Макрокоманды идентификаторов

Прежде, чем приступить к сравнению двух моделей фрикционных элементов, рассмотрим, каким образом можно создать *макрокоманды идентификаторов*. Макрокоманды используются, как правило, для одновременного изменения группы параметров.

Модель *Library/ElastFriction* использует две макрокоманды:

- **Type of friction** - тип модели трения. Значения макрокоманды:

Standard – стандартная модель, соответствует значению идентификатора FrictionMode=0 (см. Глава 2, п. *Фрикционная модель силы*);


Elastic – модель упруго-фрикционной силы, соответствует значению идентификатора FrictionMode=1 (см. Глава 2, п. *Упруго – фрикционная модель силы*).

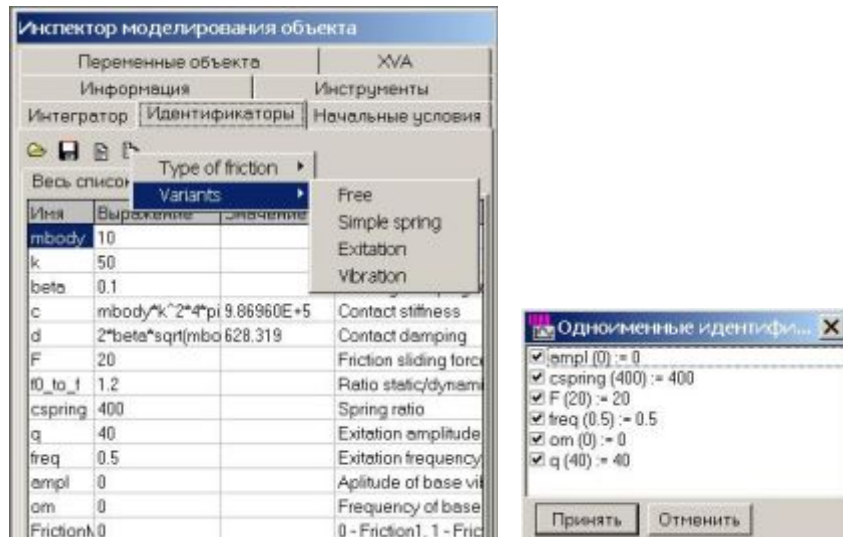
| Макрос  | Free | Simple spring | Excitation | Vibration |
|---------|------|---------------|------------|-----------|
| ampl    | 0    | 0             | 0          | 0.3       |
| cspring | 0    | 400           | 400        | 400       |
| F       | 10   | 10            | 20         | 25        |
| freq    | 0    | 0             | 0.5        | 0         |
| om      | 0    | 0             | 0          | 0.5       |
| q       | 0    | 0             | 40         | 0         |

Рис. 7.3. Макрокоманда для изменения значения группы идентификаторов

- **Variants** – групповое назначение различных значений списку идентификаторов, определяющие различные варианты моделирования. При выполнении макрокоманды назначаются значения
  - амплитуды и частоты колебаний базы ( $ampl$ ,  $om$ )
  - жесткости пружины ( $cspring$ )
  - амплитуды и частоты возмущающей силы ( $q$ ,  $freq$ )
  - величины силы трения во фрикционном гасителе ( $F$ )

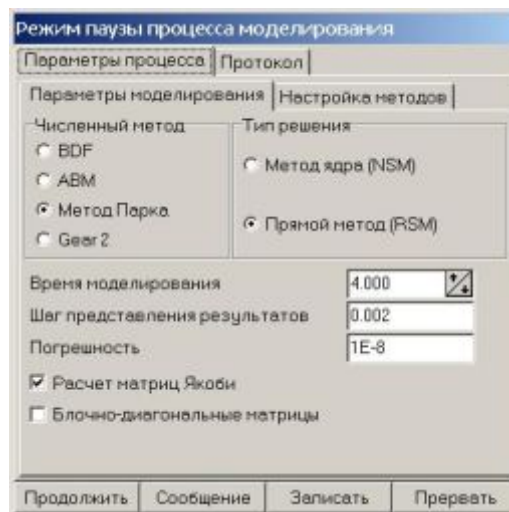
### 7.3.5. Моделирование

Разные варианты моделирования построенной модели с использованием двух альтернативных моделей фрикционного элемента включаются с использованием макрокоманд для группового назначения параметров. Для выбора макроса следует перейти на закладку *Идентификаторы* инспектора моделирования объекта и, используя кнопку , выбрать значения макрокоманд *Type of friction* (тип фрикционного элемента) и *Variants* (вариант движения).



После выбора значения макрокоманды появляется список изменяемый идентификаторов и их новый значения. Для назначения идентификаторов предлагаемых величин используется кнопка *Принять*.

Рассмотрим четыре варианта движения объекта, причем моделирование рекомендуется проводить при включенном режиме расчета матриц Якоби, поскольку уравнения движения будут жесткими (для стандартного фрикционного элемента – в режиме сцепления, а для упруго-фрикционного – как в режиме скольжения, так и режиме сцепления). Значения рекомендуемых параметров процесса интегрирования приведены ниже на рисунке.

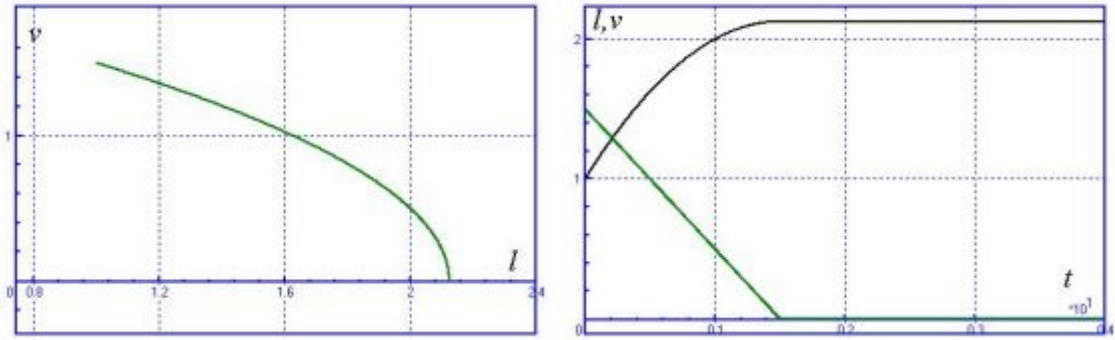


**Параметры процесса интегрирования**

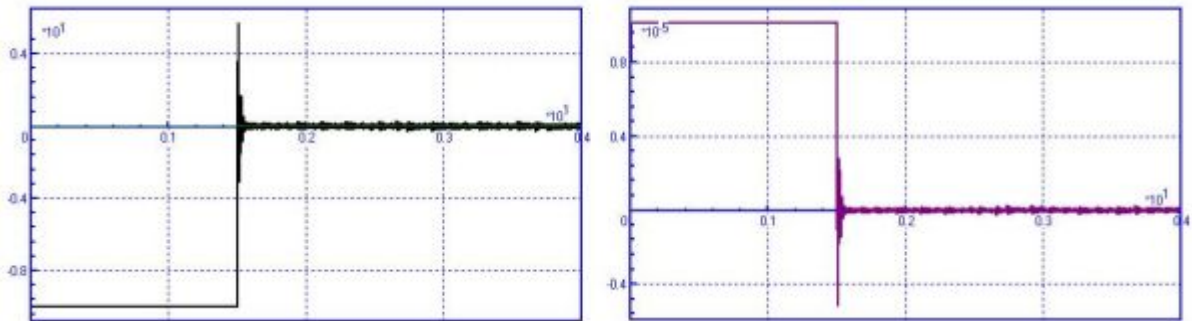
### 7.3.5.1. Свободное движение (Free)

В данном варианте движения пружина отключена, и груз движется при заданной начальной скорости (1,5 м/с) по инерции при наличии трения.

При выборе упруго-фрикционного элемента имеем следующие зависимости, изображенные на рисунках.



**Рис. 7.4.** Зависимость скорости груза от продольного перемещения - переменная, соответствующая продольному перемещению отложена вдоль абсциссы (слева), зависимость продольного перемещения и скорости груза от времени (справа)

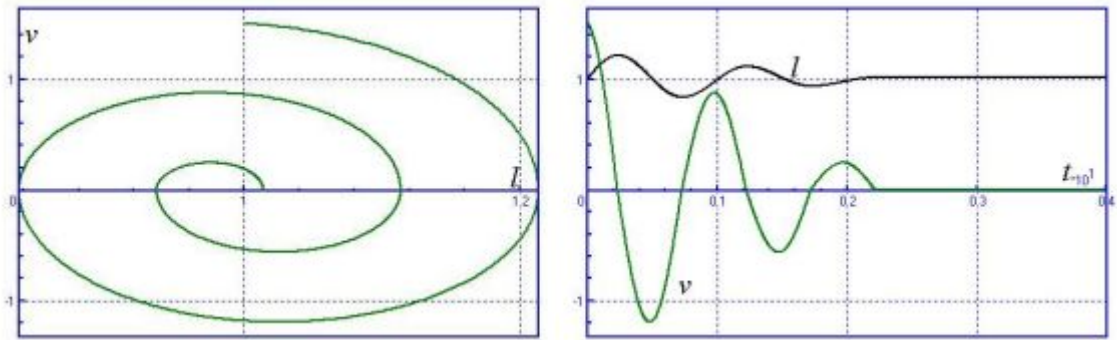


**Рис. 7.5.** Зависимость от времени фрикционной силы (слева) и упругой деформации элемента (справа)

Для стандартного фрикционного элемента имеем практически такие же зависимости (за исключением упругой деформации, которая не присутствует в явном виде), однако на этом простом примере можно указать основные преимущества стандартной модели трения перед упруго-фрикционным трением. В режиме сцепления упруго-фрикционный элемент допускает осцилляции, которые не проявляются в стандартном элементе. Эти осцилляции уменьшаются при увеличении точности интегрирования (на рисунке точность соответствует погрешности  $1,0 \times 10^{-8}$ , то есть интегрирование ведется с высокой точностью) и проявляются из-за неточного внутреннего задания матрицы Якоби. Напротив, стандартный фрикционный элемент показывает устойчивые результаты при значительно меньшей точности интегрирования (например, при погрешности  $1,0 \times 10^{-6}$ )

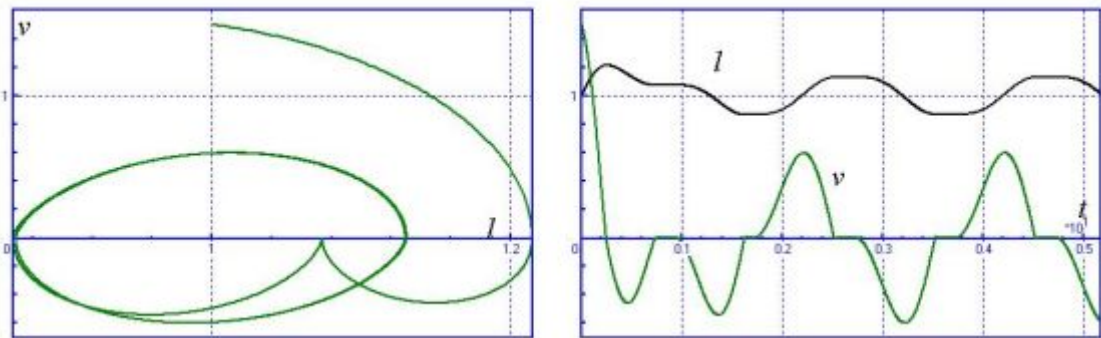
### 7.3.5.2. Влияние пружины (Simple spring)

Пример на затухающие колебания груза, присоединенного к пружине, с учетом сопротивления в виде кулоновского трения. На рисунке показан процесс затухания на фазовой плоскости и в зависимости от времени.



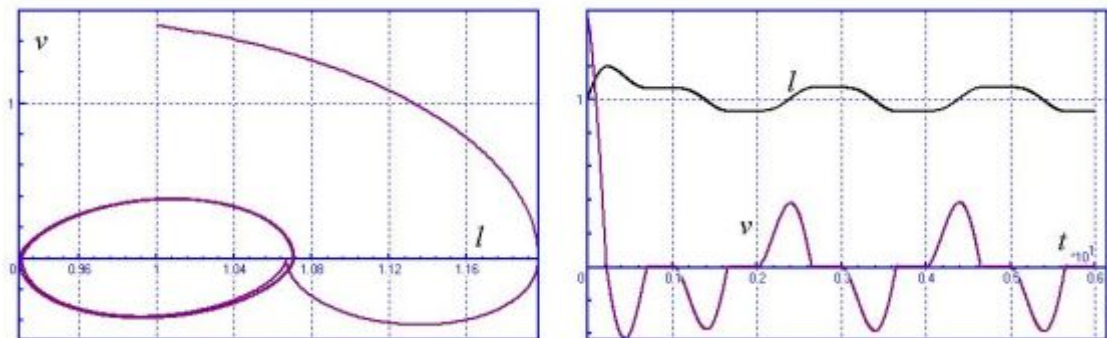
**7.3.5.3. Вынужденные колебания по действием периодической силы (Excitation)**

На груз дополнительно действует гармоническое силовое возмущение.



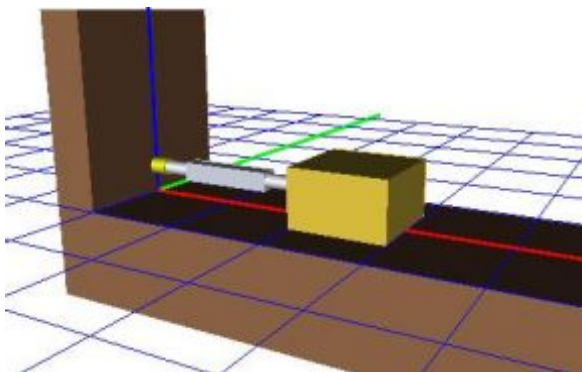
**7.3.5.4. Вынужденные колебания при вибрации основания (Vibration)**

Основание, на котором находится груз, испытывает гармонические колебания.



### 7.4. Упруго-фрикционный элемент 2

**Пример:** иллюстрация к модели упруго-фрикционного элемента 2 (Гл. 2. п. Упруго – фрикционная сила 2).



**Рис. 7.6.** Модель свободных колебания груза на упруго-фрикционном элементе

UM Модель: *Library/ElastFriction2*

#### 7.4.1. Описание модели

Модель, представленная на рис. 7.18, состоит из груза, имеющего одну поступательную степень свободы вдоль оси X СК0 (имя - *Box*), биполярного силового элемента типа упруго-фрикционный 2 (имя - *Friction-Elastic element*) и активной силой общего типа, имеющей единственную проекцию на ось X (имя элемента - *Constant Force*).

Для параметризации модели используются следующие идентификаторы:

*mbody* – масса тела;

*cspring* – жесткость последовательной пружины упруго-фрикционного элемента;

*cspring2* – жесткость параллельной пружины упруго-фрикционного элемента;

*ffr* – коэффициент трения скольжения упруго-фрикционного элемента;

*ffr0* – коэффициент трения покоя упруго-фрикционного элемента;

*L0* – длина упруго-фрикционного элемента в недеформированном состоянии (*L0=1* соответствует длине элемента при нулевом значении координаты, определяющей положение тела);

*Fx* – постоянная сила, действующая на тело вдоль оси X.

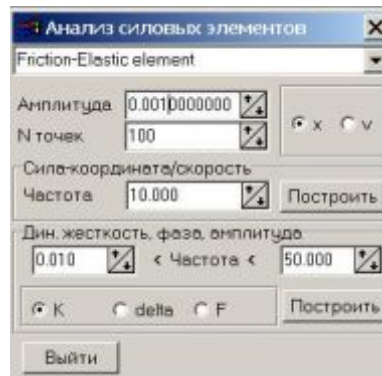
Значения идентификаторов по умолчанию:

| Имя             | Выражение | Комментарий                  |
|-----------------|-----------|------------------------------|
| <i>mbody</i>    | 10        | Mass of box                  |
| <i>cspring</i>  | 400       | Serial spring ratio          |
| <i>cspring2</i> | 100       | Parallel spring ratio        |
| <i>ffr0</i>     | 0.2       | Dynamic coeff. of friction   |
| <i>ffr</i>      | 0.2       | Dynamic coeff. of friction   |
| <i>L0</i>       | 1         | Length of undeformed element |
| <i>Fx</i>       | 0         | Longitudinal constant force  |

**Рис. 7.7.** Значения идентификаторов по умолчанию

### 7.4.2. Частотные свойства упруго-фрикционного (2) элемента

Для определения частотных свойств элемента следует открыть модель в модуле моделирования и, используя команду меню **Инструменты|Анализ сил** (или сочетание клавиш *Ctrl+F*) открыть окно (рис. 7.8).



**Рис. 7.8. Окно частотного анализа силовых элементов**

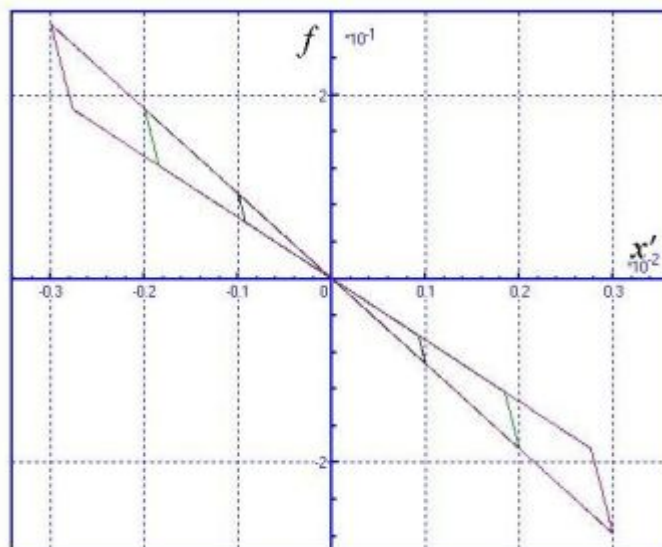
Данное окно позволяет получать отклик силового элемента на гармоническое кинематическое возмущение вида

$$x = a \sin(2\pi ft),$$

где  $f$  – частота возмущения в герцах. С помощью кнопок **Построить** можно получить следующие графики:

- зависимости  $f(x), f(v)$  при фиксированной частоте возмущения ( $v = \dot{x} = 2\pi fa \cos(2\pi ft)$ );
- зависимость от частоты возмущения динамической жесткости (K) и фазы (delta) силового элемента, а также амплитуды изменения силы (F).

Гистерезисная зависимость силы от координаты (для упруго-фрикционного элемента 2 в качестве возмущения рассматривается смещенная координата  $x' = x - L_0$ ) при трех значениях амплитуды возмущения (1, 2, 3 мм) приведена на рис. 7.9. Изменяя значение частоты возмущения можно убедиться, что данный силовой элемент является частотно независимым.



**Рис. 7.9. Зависимости силы от смещенной координаты**

Элемент имеет постоянную динамическую жесткость, близкую к жесткости последовательно соединенных пружин, но все же несколько увеличивающуюся при росте коэффициента трения (коэффициент трения покоя принят равным коэффициенту трения скольжения), рис. 7.10.

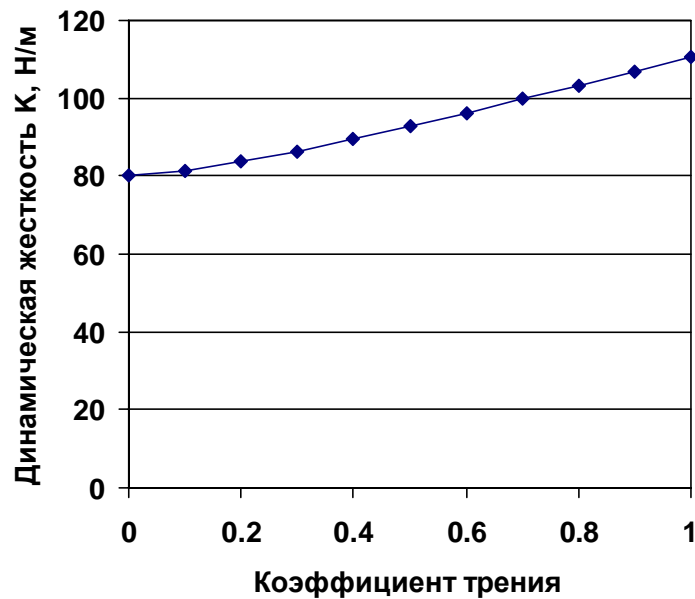


Рис. 7.10. Зависимость динамической жесткости от коэффициента трения

Зависимость, изображенная на рис. 7.10 получена следующим образом. Идентификаторам коэффициентов трения покоя и скольжения последовательно задавались одинаковые значения (0, 0.1, 0.2...) и, используя кнопку **Построить** в группе *Дин. жесткость, фаза, амплитуда* при включенной опции **К**, строился график зависимости динамической жесткости от амплитуды (для данного элемента величина  $K$  постоянна). Затем численное значение скалывалось с графика с помощью мыши. На рис. 7.11 представлена зависимость фазы запаздывания силы, характеризующая демпфирующие свойства элемента. Данный график получен по той же методике, что и предыдущий.

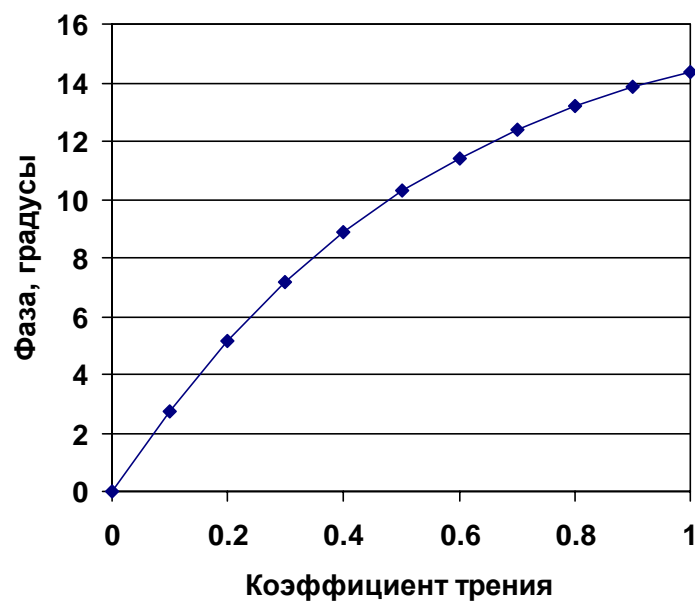


Рис. 7.11. Зависимость фазы от коэффициента трения

### 7.4.3. Результаты моделирования

Выполним интегрирование уравнений движения при значениях параметров по умолчанию (рис. 7.7) и при начальной скорости груза 2 м/с, направленной в положительную сторону. Гистерезисная зависимость силы от длины элемента и от времени представлена на рис. 7.12. На рис. 7.13 сравниваются зависимости от времени полной деформации элемента (разность между длиной и длиной в недеформированном состоянии) и деформации пружины, параллельной фрикционному элементу (см. Гл. 2. п. Упруго – фрикционная сила 2). На увеличенном фрагменте хорошо виден режим сцепления, при котором деформация постоянна.

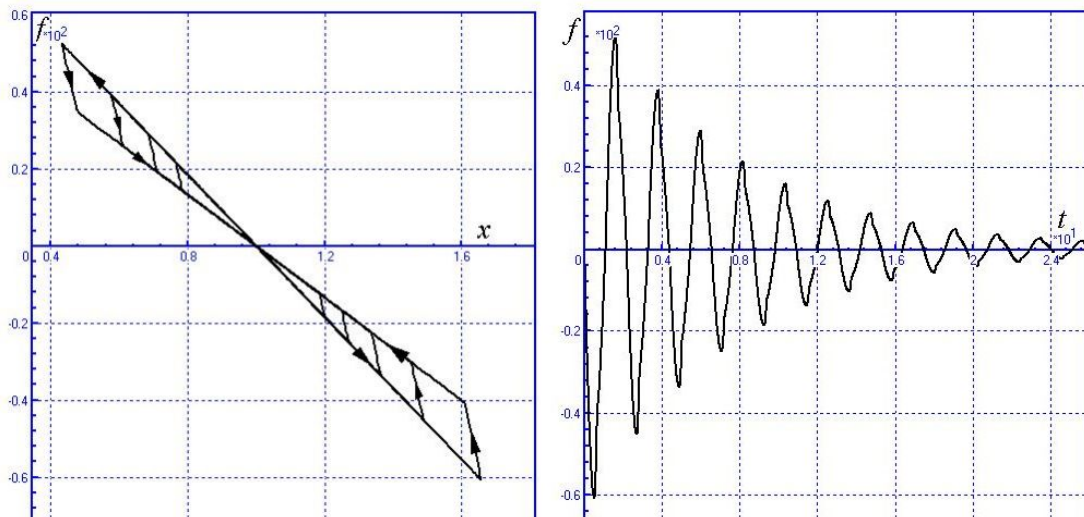


Рис. 7.12. Зависимости силы от координаты  $x$  (длины элемента) и времени

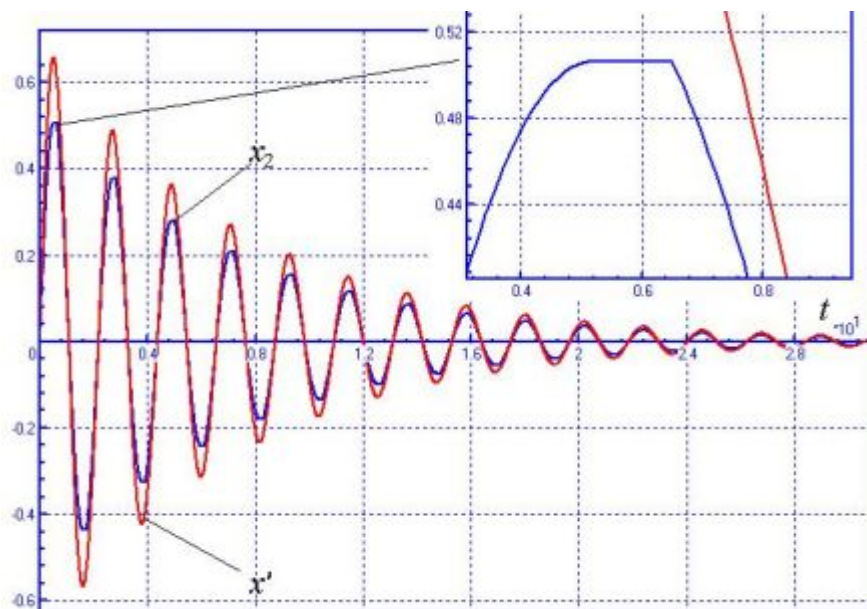
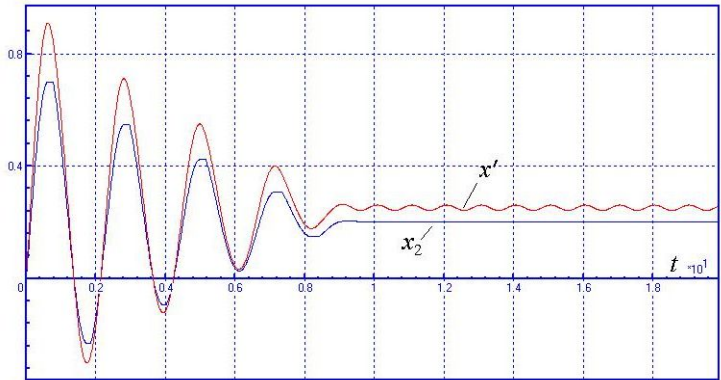
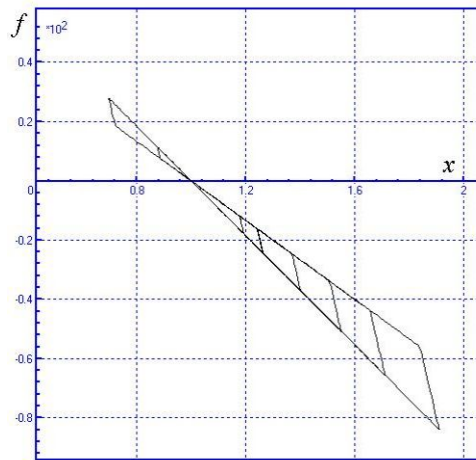


Рис. 7.13. Зависимости  $x' = x - L_0$  (полная деформация элемента) и  $x_2$  (деформация пружины, параллельной трению)

Теперь включим постоянную силу вдоль оси  $X$ , положив идентификатору  $F_x$  значение 20 Н. Из правого рисунка видно, что в режиме сцепления отсутствует гашение колебаний груза (трение отключается, и работает только последовательная пружина).



Проведите самостоятельные исследования элемента, изменяя значения идентификаторов. Удостоверьтесь, что при нулевом трении гашение отсутствует полностью.

## 7.5. Шарнир постоянной скорости

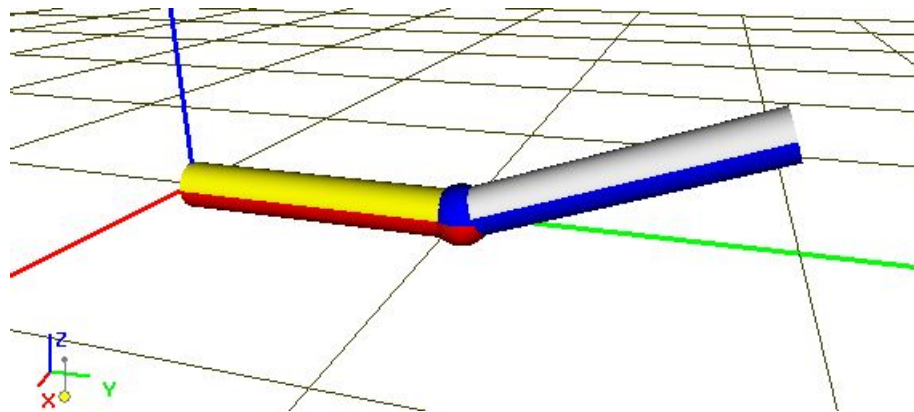


Рис. 7.14. Общий вид модели

Пример (рис. 7.14) иллюстрирует два варианта создания шарнира постоянной скорости, теоретическое описание которого дано в главе 2, п. **Шарниры | Описание шарниров разных типов | Шарнир постоянной скорости.**

В данном примере рассматриваются две модели, реализованные разным способом, но решающие одну и ту же проблему: обеспечение одинаковой угловой скорости вращения двум валам, расположенным под углом друг к другу.

**UM Модели:** *Library/Convel1, Library/Convel2*

### 7.5.1. Описание моделей

Обе модели содержат два тела, моделирующие валы, расположенные под углом друг относительно друга, Body1, Body2.

С помощью шарнира jBody1 телу Body1 задается единственная вращательная степень свободы относительно базовой СК0. Шарнирный момент, заданный выражением

$$F0 * \exp(-\mu * t)$$

раскручивает валы до угловой скорости, экспоненциально стремящейся к постоянному значению.

Шарнир, задающий степени свободы тела Body2 относительно СК0 реализован разными способами.

- Модель Convel1

Как и для тела Body1, шарнир jBody2 вводит единственную степень свободы тела Body 2 относительно СК0. Чтобы параметризовать угол, под которым второй вал расположен относительно первого, используется шарнир обобщенного типа, содержащий следующую последовательность элементарных преобразований (см. Глава 2, п. **Шарниры | Описание шарниров разных типов | Обобщенный шарнир**):

$$T_1 = \{tc, e = (0,0.5,0)\},$$

$$T_2 = \{rt, e = (1,0,0), s = \alpha * \pi / 180\},$$

$$T_3 = \{rv, e = (0,1,0)\},$$

Второе преобразование выбрано типа *rt*, а не *rc*, чтобы задать с использованием идентификаторов наклон вала. Таким образом, идентификатор *alpha* задает данный угол в градусах. Дело в том, что тип *rc* задает угол только в виде числа.

- Модель Convel2

В отличие от модели Convel1, в данном случае шарнир jBody2 вводит шесть степеней свободы, то есть не ограничивает движение тела Body2 в пространстве. Благодаря набору элементарных преобразований, указанному ниже, первая вращательная степень свободы

соответствует вращению второго вала вокруг наклонной оси, положение которой задано так же, как и в модели Convel1.

$$T_1 = \{tc, e = (0,0.5,0)\},$$

$$T_2 = \{rt, e = (1,0,0), s = \alpha * \pi/180\},$$

$$T_3 = \{tv, e = (1,0,0)\},$$

$$T_4 = \{tv, e = (0,1,0)\}$$

$$T_5 = \{tv, e = (0,0,1)\}$$

$$T_5 = \{rv, e = (0,1,0)\}$$

$$T_6 = \{rv, e = (1,0,0)\}$$

$$T_7 = \{rv, e = (0,0,1)\}$$

В обеих моделях введен шарнир jBody1\_Body2 типа «постоянная скорость», соединяющий тела Body1, Body2. Цель: передать второму валу угловую скорость, равную угловой скорости первого тела.

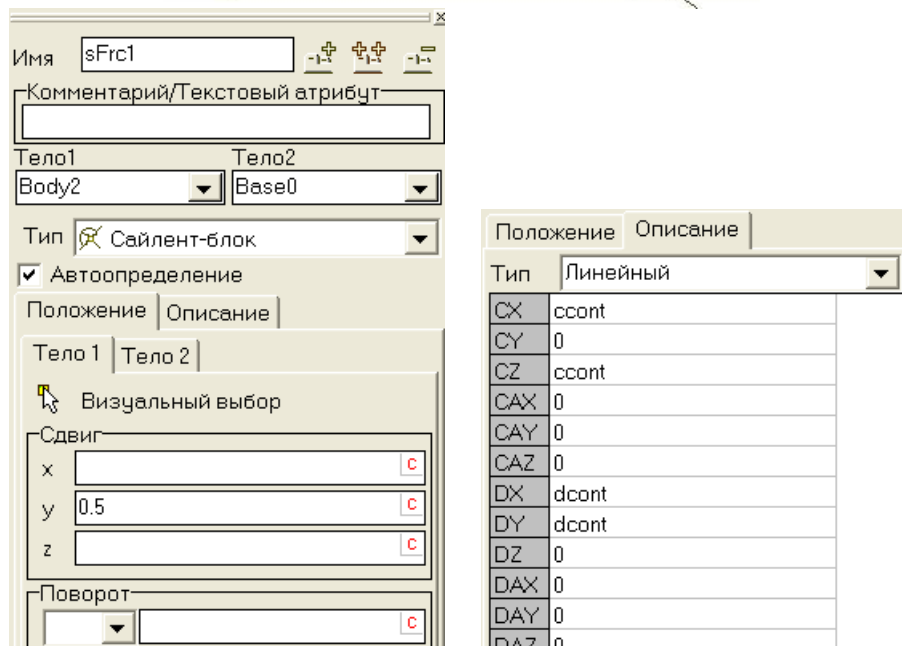
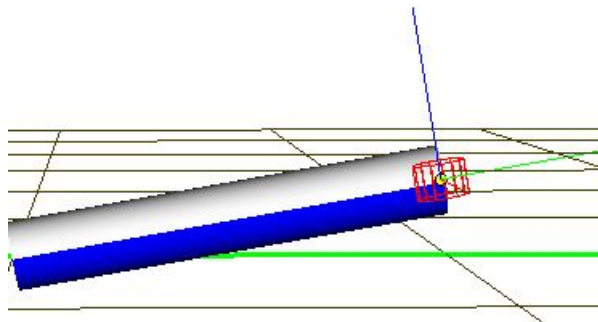


Рис. 7.15. Силовой элемент типа сайлент-блок

Если описание модели Convel1 закончено, то модель Convel1 еще не готова, поскольку у второго вала осталось две степени свободы относительно первого (шарнир “постоянная скорость” отнимает четыре степени свободы). Для того, чтобы запретить движение по лишней степени свободы, в модели Convel2 для тела Body2 вводится упругая связь с помощью специальной силы типа «сайлент-блок» sFrc1.

Следует обратить внимание на следующие особенности задания данного силового элемента. Первым телом задано Body2, вторым – Base0. Это дает несколько преимуществ.

Во-первых, при включенном режиме Автоопределение достаточно задать положение силового элемента только в СК тела Body2 – координата точки элемента (0, 0.5, 0). Для базового тела координата точки элемента, которая, в частности, зависит от параметризованного угла наклона вала, будет определена автоматически. Во-вторых, оси, по которым заданы упругие связи, т.е. жесткости и диссипации, в СК тела Body2 соответствуют осям  $x$  и  $z$ .

Таким образом, данный силовой элемент вводит упругую муфту, которая препятствует смещению конца вала в направлении, перпендикулярном оси вала и, по сути, позволяет телу лишь свободно вращаться вокруг наклонной оси вала.

Основным преимуществом модели Convel2 является ее **статическая определенность**, в то время как модели Convel1 является **статически неопределенной** из-за избыточности связей, налагаемых шарниром типа “постоянная скорость”.

### 7.5.2. Моделирование динамики валов

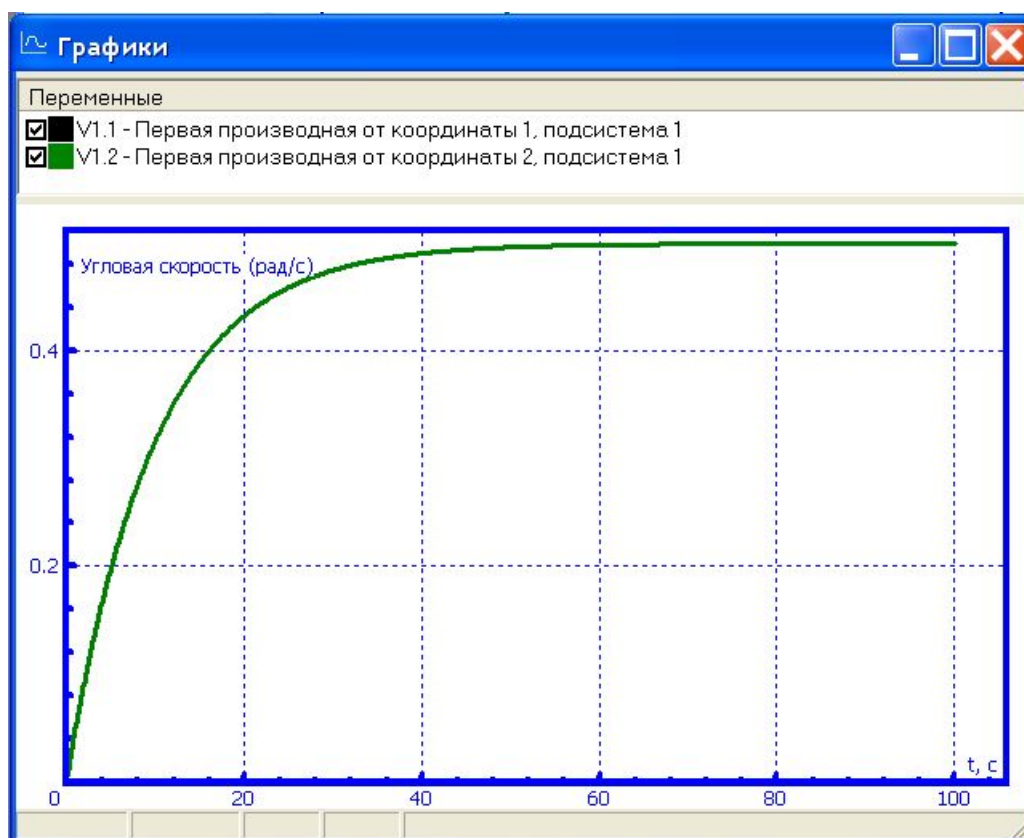


Рис. 7.16. Зависимость от времени угловой скорости валов

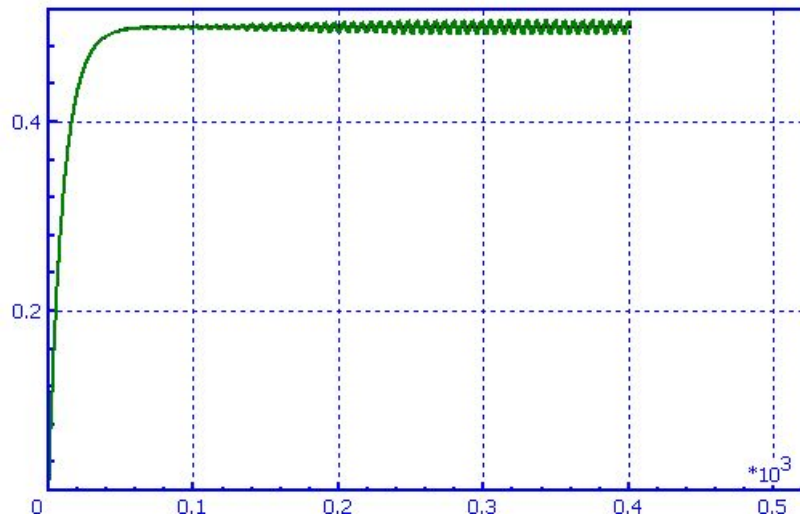
При моделировании динамики обе модели показывают близкие результаты по зависимости от времени углов поворота, угловых скоростей и ускорений валов. Для модели Convel1 угловые переменные для первого и второго валов точно совпадают, рис. 7.16. Для модели Convel2 – незначительно различаются за счет динамических прогибов в муфте.

**Инспектор моделирования объекта**

Начальные условия | Переменные объекта  
 XVA | Информация | Инструменты  
 Интегратор | Идентификаторы

Весь список

| Name  | Expression | Value | Comment |
|-------|------------|-------|---------|
| alpha | 10         |       |         |
| F0    | 0.01       |       |         |
| mu    | 0.1        |       |         |
| ccont | 0          |       |         |
| dcont | 0          |       |         |
| m     | 10         |       |         |
| ix    | 5          |       |         |
| iy    | 0.1        |       |         |



**Рис. 7.17. Зависимость от времени угловых скоростей валов при отсутствии упругой муфты**

Чтобы понять роль упругой муфты, моделируемой в Convel2 специальной силой, установите нулевые значения идентификаторов *ccont*, *dcont* и увеличьте время моделирования до 500с. Второй вал уже не будет сохранять постоянный угол, и угловые скорости валов становятся различными, рис. 7.17.

## 7.6. Куб на плоскости

Модель (см. рис. 7.18) иллюстрирует, как можно описать и использовать контактное взаимодействие типа «Точки - Плоскость». Свободное тело 1 падает и взаимодействует с плоскостями 2 и 3. Тело 1 связано с базой кватернионным шарниром и имеет 6 степеней свободы. Плоскости 2 и 3 принадлежат базе. Контакт между телом 1 и плоскостями описывается при помощи двух контактных сил типа «Точки-Плоскость».

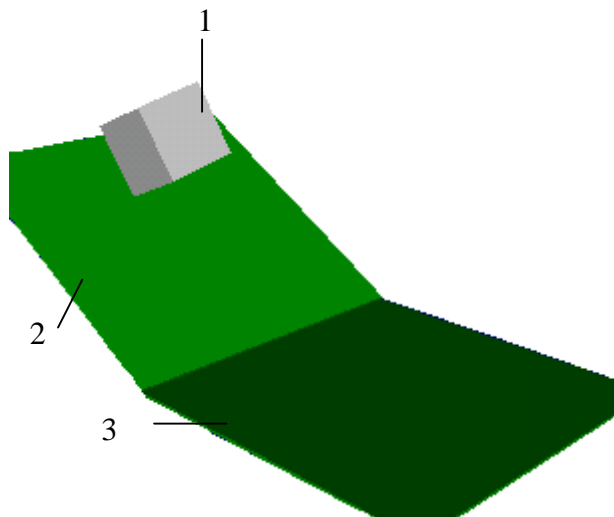


Рис. 7.18. Общий вид модели

UM Модель: *Library/Falling*

### 7.6.1. Особенности описания модели

#### 7.6.1.1. Описание контактного взаимодействия

Контактное взаимодействие описано при помощи двух контактных сил типа «Точки-Плоскость». Контактные точки принадлежат телу 1 и заданы в его вершинах. Контактные плоскости принадлежат базе. Контактные плоскости описываются при помощи точки, принадлежащей плоскости, и вектора внешней нормали. Точки и векторы для обеих плоскостей даны в табл. 7.1.

Таблица 7.1

Описание контактных плоскостей

| Контактная плоскость | Точка на плоскости | Вектор внешней нормали |
|----------------------|--------------------|------------------------|
| 2                    | [0; 0; 0]          | [0; 0.5; 0.86]         |
| 3                    | [0; 0; 0]          | [0; 0; 1]              |

#### 7.6.1.2. Кватернионный шарнир

Тело 1 имеет шесть степеней свободы, которые введены при помощи кватернионного шарнира. Если тело может иметь произвольную ориентацию в пространстве, как тело 1 в нашем примере, то для описания его ориентации относительно других тел рекомендуется использовать кватернионный шарнир, который не имеет вырождений. Но, с другой стороны, использование кватернионного шарнира несколько увеличивает время численного моделирования.

## 7.7. Тело, прыгающее на стержне

Тело 1 (см. рис. 7.19) связано с базой кватернионным шарниром и имеет 6 степеней свободы. Тело 2 связано с телом 1 поступательным шарниром. В этом шарнире описана упруго-диссипативная сила. Также в модель введены три контактные силы типа ‘Плоскость-Окружность’, действующие между плоскостью 3 и нижней образующей тела 2, а также двумя образующими шляпки тела 1.

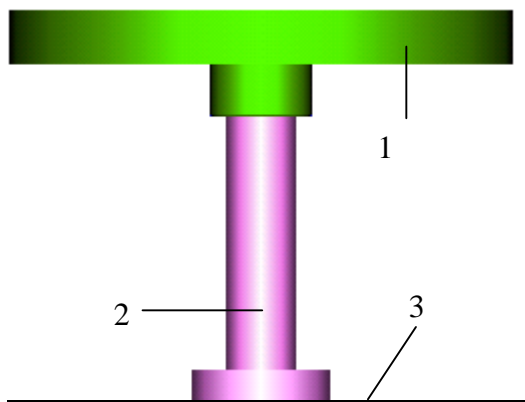


Рис. 7.19. Общий вид модели

UM Модель: *Library/Fidget*

### 7.7.1. Особенности описания модели

#### 7.7.1.1. Описание графического образа тела 1

Для формирования графического образа тела 1 используется *профильный* графический элемент: *вид сечения – кривая 2D, осевая линия – окружность*. Сечение нужно описывать в нижней полуплоскости, как это показано на рис. 7.20.

#### 7.7.1.2. Описание шарнирной силы

В поступательном шарнире, связывающем тела 1 и 2 описана упруго-диссипативная сила. Тип шарнирной силы: *выражение*, описание силы:  $-c*x-d*v$ , где  $c$  – коэффициент жесткости,  $d$  – коэффициент диссипации.

#### 7.7.1.3. Описание контактных сил

В модель введены три контактные силы типа ‘Плоскость-Окружность’. Обратите внимание, что для плоскости нужно задавать внешнюю нормаль (направлена в ту сторону, куда действует отталкивающая сила), а для окружностей можно задавать любую из нормалей (внешнюю или внутреннюю).

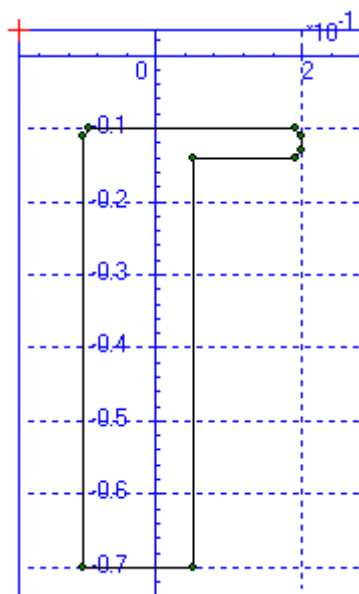


Рис. 7.20. Сечение профильного элемента (тело 1)

## 7.8. Контакт точки с кривой

Набор моделей иллюстрирует использование контактного силового элемента типа точка-плоскость.

UM Модели: *Library/Point-Curve/CPC1...CPC*

### 7.8.1. Контакт точки с винтовой линией

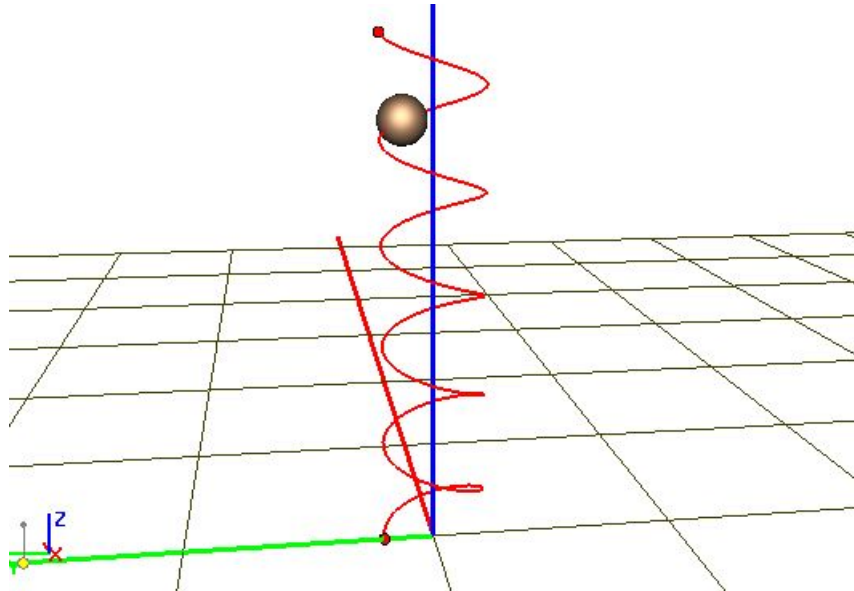


Рис. 7.21. Общий вид модели

В модели рассматривается контакт материальной точки с кривой в виде параметризованной винтовой линии.

UM Модель: *Library/Point-Curve/CPC1*

#### 7.8.1.1. Задание кривой

|  |  |
|--|--|
| Тип  | Выражение                                  |
| Заблокированные концы кривой                   |  |
| <input checked="" type="checkbox"/> Начало     | <input checked="" type="checkbox"/> Конец  |
| Положение Описание                             |  |
| 3D координаты кривой как функции параметра "p" |  |
| Границы изменения параметра                    |  |
| Pmin:  | <input type="text"/>                       |
| Pmax:  | <input type="text" value="2*pi*ncoils"/>   |
| Координаты кривой                              |  |
| X(P)   | <input type="text" value="ampl*sin(p)"/>   |
| Y(P)   | <input type="text" value="ampl*cos(p)"/>   |
| Z(P)   | <input type="text" value="p/2/pi/ncoils"/> |

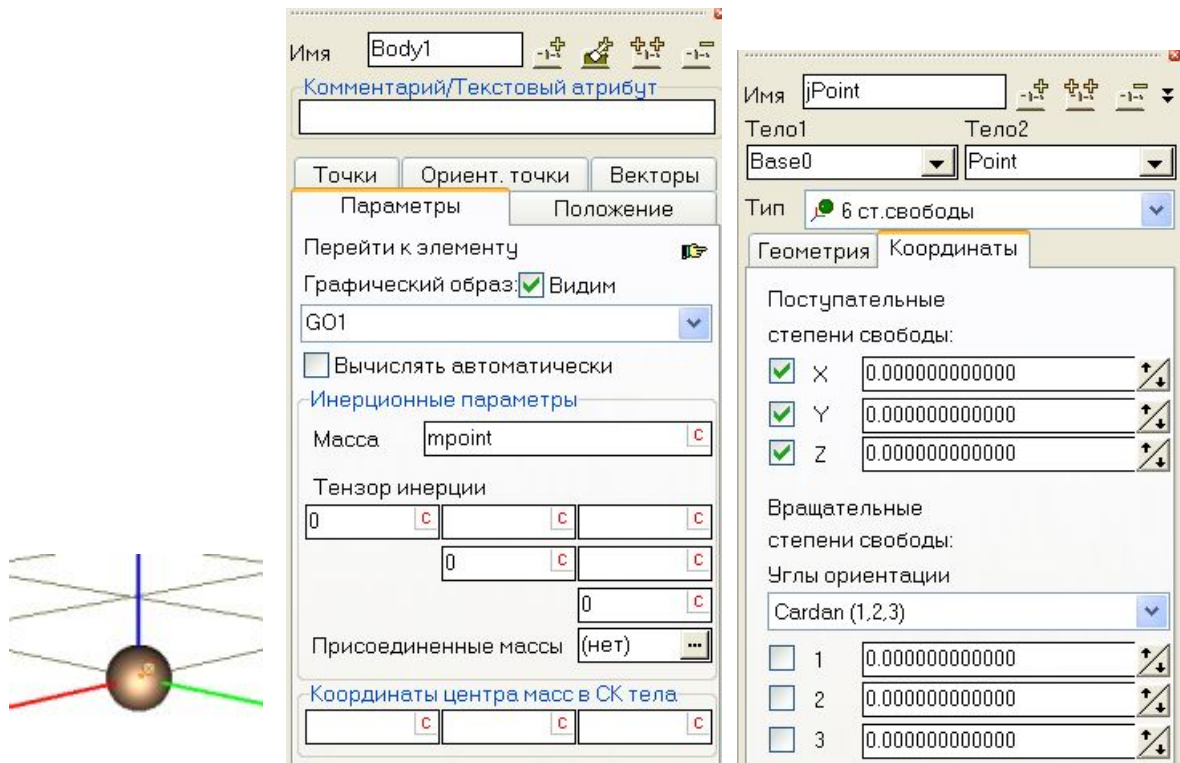
Рис. 7.22. Задание параметров кривой

Кривая является полностью параметризованной винтовой линией:

- h – высота винтовой линии;
- ampl – радиус;
- pcoilс – число витков.

Кривая является незамкнутой с удерживающими концами, то есть точка не сможет при движении покинуть кривую.

### 7.8.1.2. Задание материальной точки



**Рис. 7.23. Инерционные параметры тела и шарнир с тремя поступательными степенями свободы**

Образом материальной точки является сфера малого радиуса. Инерционные параметры задаются массой (идентификатор *mpoint*). В шарнире “6 ст. свободы” отключены три вращательные степени свободы, что как раз отличает материальную точку от тела.

### 7.8.1.3. Задание контактной силы

- Параметры контакта заданы идентификаторами
- cstiff – контактная жесткость;
  - cdiss – контактная диссипация;
  - ffr – коэффициент трения скольжения;
  - ffr0 – коэффициент трения покоя.

Для рационального задания контактной диссипации введен дополнительный идентификатор - beta – доля демпфирования от критического. Для оценки коэффициента демпфирования в этом случае используется стандартная методика (см. Глава 2, п. *Методика расчета параметров контакта*)

$$cdiss = 2*beta*sqrt(mpoint*cstiff)$$

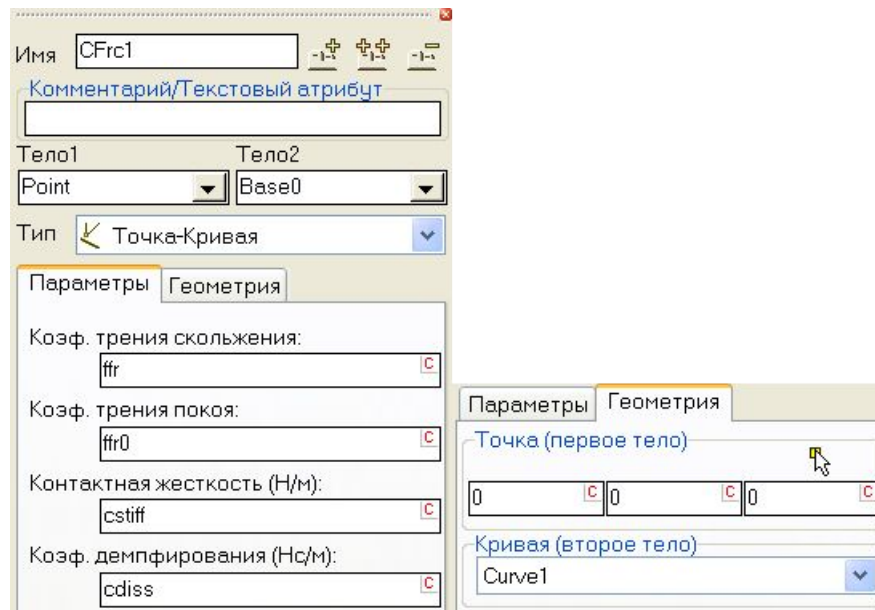


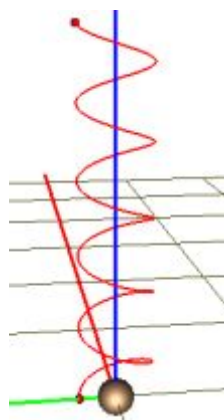
Рис. 7.24. параметры контакта

| Имя    | Выражение                                      | Значение  | Комментарий                     |
|--------|--|-----------|---------------------------------|
| ampl   | 0.1  |           | Radius of spiral                |
| ncoils | 5  |           | Number of coils                 |
| mpoint | 5  |           | Mass of point                   |
| r      | 0.05   |           | Radius of point image           |
| cstiff | 1.0000000E+7                                   |           | contact stiffness               |
| beta   | 0.1  |           | Contact damping ratio           |
| cdiss  | $2 * \text{beta} * \text{sqrt}(\text{mpoint})$ | 1414.2136 | Contact damping                 |
| ffr    | 0.1  |           | Dynamic coefficient of friction |
| ffr0   | 0.11   |           | Static coefficient of friction  |
| h      | 1  |           | Height of curve                 |

Рис. 7.25. Список идентификаторов и значения по умолчанию

#### 7.8.1.4. Моделирование динамики

##### 7.8.1.4.1. Расчет начального положения точки



Положение модели при нулевых координатах

Расчет начального положения необходим, чтобы поместить контактную точку на кривую. В противном случае на начальной стадии моделирования возникнут большие силы и

ускорения, связанные с выводом точки на кривую за счет линейных упруго-диссипативных сил.

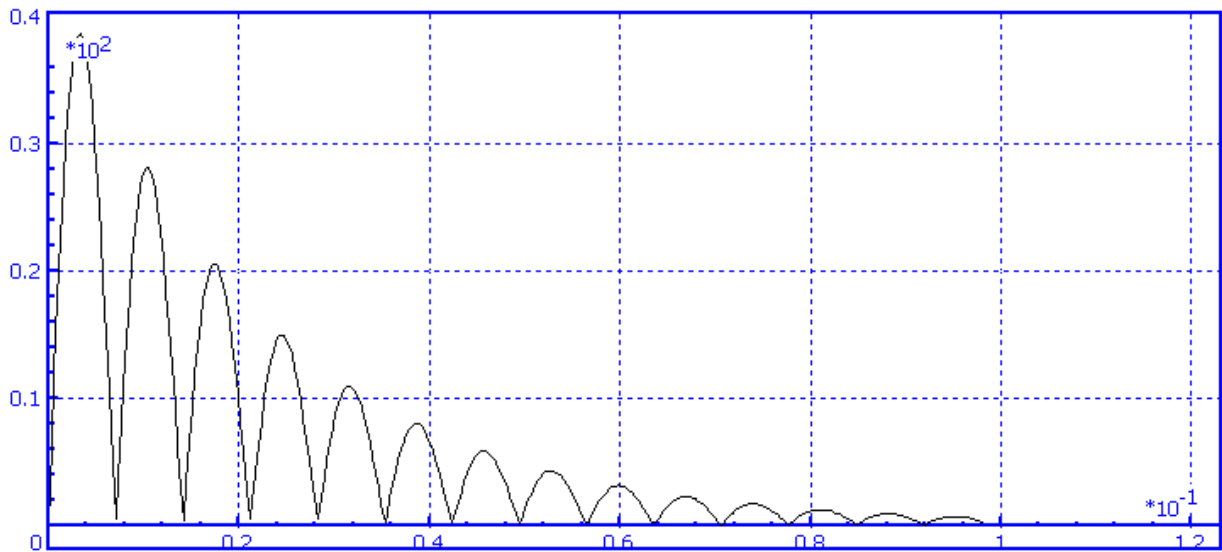
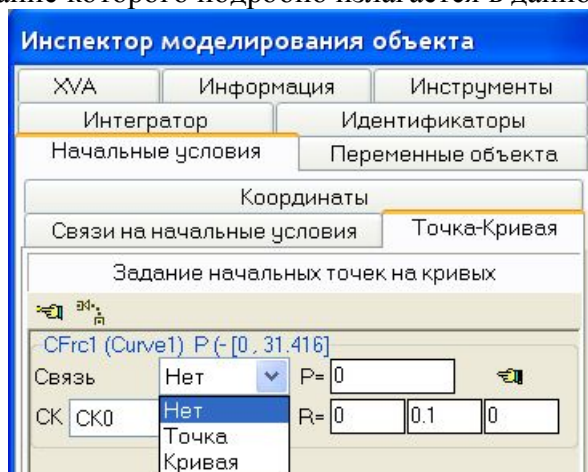


График модуля скорости точки в зависимости от времени в случае моделирования при нулевых координатах точки (без расчета начальной скорости)

Для расчета начальных условий в программе моделирования разработан специальный инструмент, использование которого подробно излагается в данном разделе.



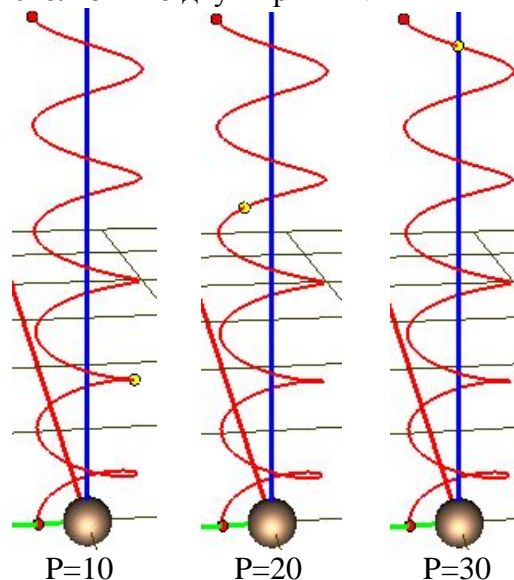
Инструмент задания параметров расчета начального положения

Откройте инспектор моделирования и откройте закладку Координаты | Точка-Кривая. На закладке отображаются параметры расчета начального положения контакта для каждого силового элемента типа Точка-Кривая. В нашем случае имеется единственный силовой элемент данного типа. Рассмотрим основные элементы группы параметров.

- 1) **Заголовок.** В заголовке группы параметров указывается имя силового элемента (CFrc1) кривой, а также текущий интервал изменения параметров кривой (в данном случае  $p \in [0, 10\pi]$ ). Поскольку число витков линии параметризовано (а вместе с ним и максимальное значение параметра), то этот интервал изменится при изменении числа витков.
- 2) Выпадающее меню **Связь** содержит три пункта
  - **Нет** – для данного силового элемента расчет начального положения точки контакта игнорируется;
  - **Точка** – при расчете начальных условий добавляется три уравнения связей, которые приводят контактную точку в положение, заданное текущим значением пара-

метра  $P$ , значение координат указано в трех полях  $R$  (в случае на рисунке это  $P=0$ ,  $R=(0, 0.1, 0)$  – нижний конец кривой); уравнения связей соответствуют связи типа точка-точка;

- **Кривая** – при расчете начальных условий контактная точка будет выведена на кривую в положении, которое определится в результате решения уравнений связей, соответствующих связи типа точка-кривая. Уравнений связей тоже три, однако одно из уравнений используется для нахождения значения параметра  $P$ . Ниже мы рассмотрим случай, когда использование данного типа связей является необходимым, а именно, когда тело скользит по кривой двумя точками или в случае, когда тело одновременно скользит по двум кривым.



Положение точки на кривой при различных значениях параметра  $P$

- 3) Текущее значение параметра кривой  $P$ . Если в выпадающем меню Связь выбран тип Точка или Кривая, то положение точки на кривой, заданное значением параметра  $P$  будет отмечено на кривой желтым маркером. Если задать значение параметра вне интервала изменения, то будет автоматически установлено ближайшее граничное значение.
- 4) Выпадающее меню СК позволяет выбрать систем координат, в которой заданы координаты точки кривой в полях  $R$ . В списке присутствуют системы координат трех тел база, первого и второго взаимодействующего тела. Если одно из взаимодействующих тел совпадает с базой, то оно не указывается.
- 5)  $R$  – в большинстве случаев это координаты точки на кривой, соответствующие параметру  $P$ , указанные в СК по п.4. Однако пользователь может ввести здесь любые координаты, а потом с использованием кнопки найти точку на кривой, которая находится к указанной точке ближе всего.

|  |
|--|
| <p>Найти ближайшую точку<br/>Подобрать по заданным координатам</p> |
|--|

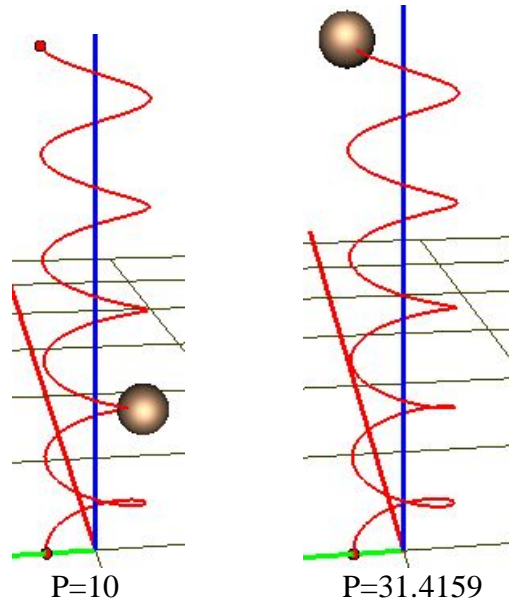
- 6) При щелчке на кнопке появляется всплывающее меню с двумя командами:
  - **Найти ближайшую точку** – при выполнении этой команды программа ищет точку на кривой, ближайшую к контактной точке и указывает найденные значения параметра  $P$  и координат соответствующей точки на кривой;
  - **Подобрать по заданным координатам** – при выполнении этой команды программа ищет точку на кривой, ближайшую не к контактной точке, а к точке, координаты которой пользователь указал в полях  $R$  по п. 5 и указывает найденные значения параметра  $P$  и координат соответствующей точки на кривой.

Пункт 6 часто используется, чтобы улучшить процесс решения уравнений связей, подбрав хорошее начальное приближение.



Наконец, имеются две кнопки в верхней части формы задания параметров кривой.

 - подобрать ближайшие точки на всех кривых к соответствующим контактным точкам. Действие совпадает с п. 6 (**Найти ближайшую точку**), выполненному одновременно для всех контактных элементов.

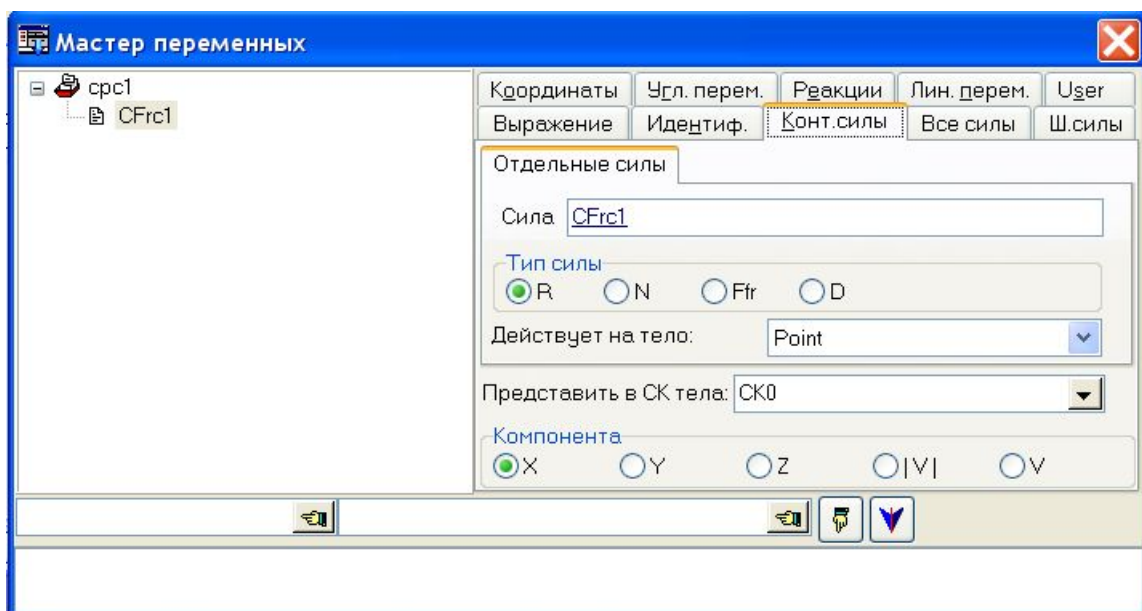
 - решить уравнения связей.



Совмещение контактной точки и заданной точки на кривой при  $P=10$  и  $P=31.4159$ .

Приведем **пример**. Установите значение **Точка** для типа связи. Назначьте значение  $P=10$ . Щелкните на кнопке . После этого задайте  $P=50$  (при этом автоматически установится значение 31.4159) и щелкните на .

### 7.8.1.4.2. Переменные, соответствующие контакту точка-кривая



Мастер переменных

Переменные, соответствующие контакту типа точка-кривая находятся в Мастере переменных на закладке Конт[актные силы] | Отдельные силы.

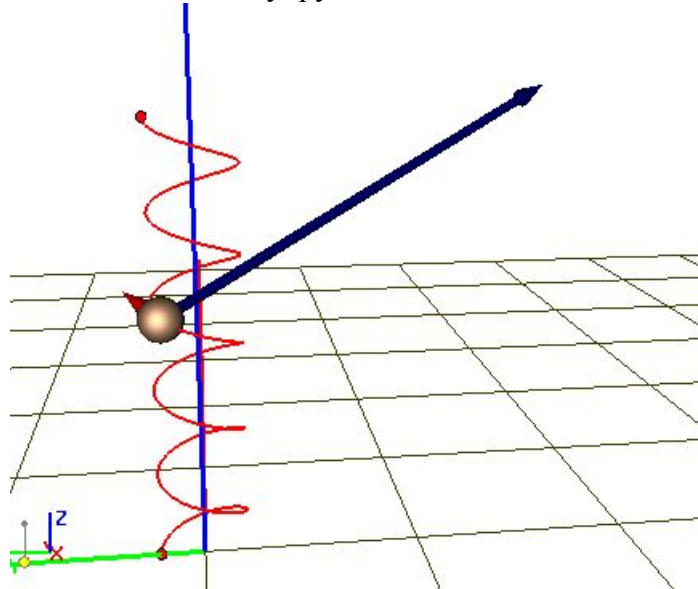
Тип силы:

**R** – векторная сумма нормальной силы и силы трения,

**N** – нормальная сила,

**Ffr** – сила трения,

**D** - прогиб кривой за счет контактной упругости.

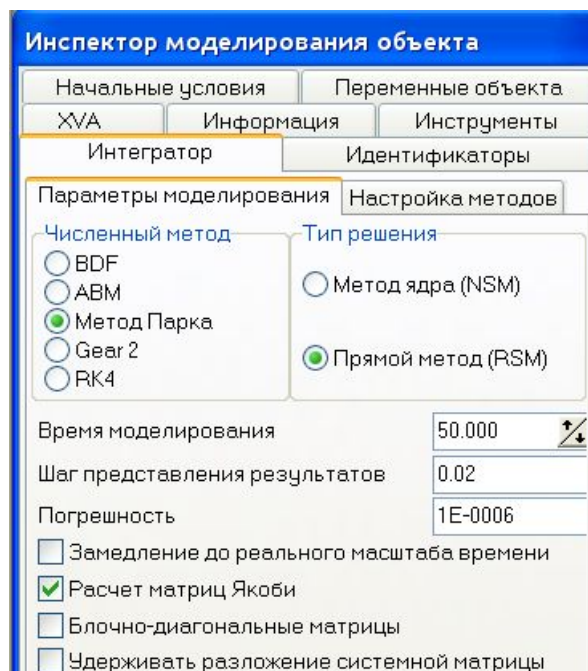


Анимация векторов контактных сил

Для первых трех типов силы можно задать как отдельную компоненту или модуль для построения графика в анимационном окне, так и вектор силы (**V**) для изображения вектора в анимационном окне.

В модели автоматически открываются два графических окна, в одном из которых строится модуль скорости материальной точки, а во втором – величина прогиба кривой **D**.

### 7.8.1.4.3. Моделирование динамики точки на кривой



Параметры численного метода

Рекомендуемый численный метод: **метод Парка**

Поскольку при большой контактной жесткости и диссипации система уравнений движения становится *жесткой*, то рекомендуется включить расчет **матриц Якоби**. Можно также включить использование блочно-диагональных матриц, если это приведет к ускорению процесса.

Выполните несколько моделирований при различных значениях идентификаторов. Исследуйте влияние величины коэффициента жесткости на результаты моделирования, в частности, на величину прогиба кривой.

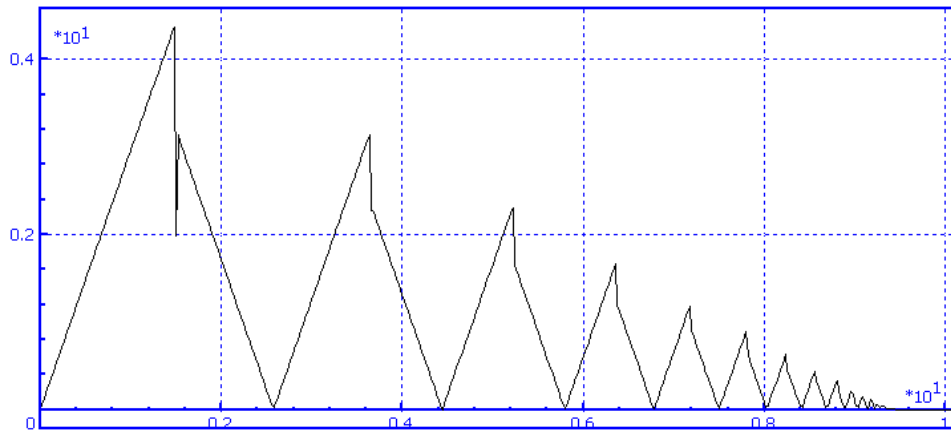


График зависимости модуля скорости от времени при отсутствии трения

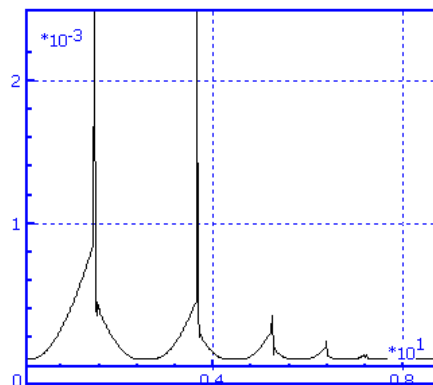


График прогиба кривой при  $cstiff=1.0e7$

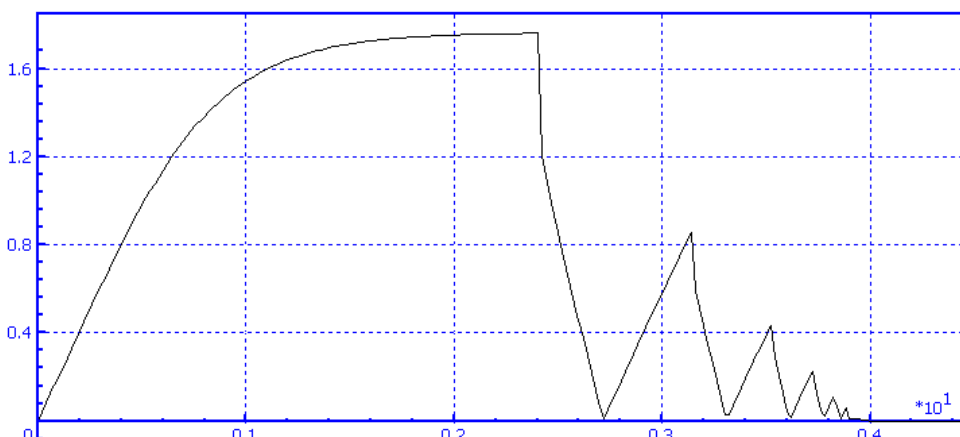


График зависимости модуля скорости от времени при  $ffr=0.1$

Обратите внимание, что при достижении нижней точки кривой происходит удар. Значение коэффициента восстановления скорости зависит от параметра  $\beta$  (см. Глава 2, п. *Методика расчета параметров контакта*).

### 7.9. Шесть способов описать пружину

Модель (рис. 7.26) иллюстрирует шесть различных способов, какими в программном комплексе «Универсальный механизм» можно описать линейную пружину. Для всех вариантов задана одинаковая жесткость пружины и начальное отклонение, таким образом, все грузы должны совершать одинаковые колебания. Все тела связаны с базой вертикальным поступательным шарниром. Подробная информация об использованных типах силовых элементов дана в табл. 7.2.

УМ Модель: *Library/Forces*

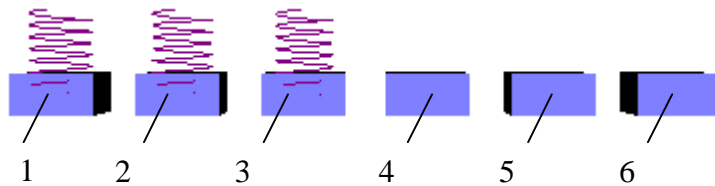


Рис. 7.26. Общий вид модели

Таблица 7.2

Типы силовых элементов

| Номер груза | Тип силы   | Подтип силы (силового элемента) | Комментарий        |
|-------------|------------|---------------------------------|--------------------|
| 1           | Биполярная | Линейный                        | $c=-cstiff; x_0=0$ |
| 2           | Биполярная | Поточечный                      | см. рис. 7.28      |
| 3           | Биполярная | Выражение                       | $F=-cstiff*x$      |
| 4           | Шарнирная  | Линейный                        | $c=-cstiff; x_0=0$ |
| 5           | Шарнирная  | Поточечный                      | см. рис. 7.28      |
| 6           | Шарнирная  | Выражение                       | $F=-cstiff*x$      |

Жесткость пружины (идентификатор *cstiff*) была принята 500 Нм, эквивалентная характеристика пружины при поточечном задании представлена на рис. 7.27.

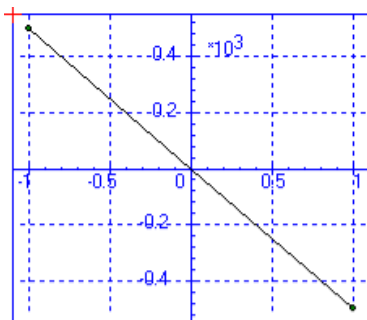


Рис. 7.27. Графическое задание силы

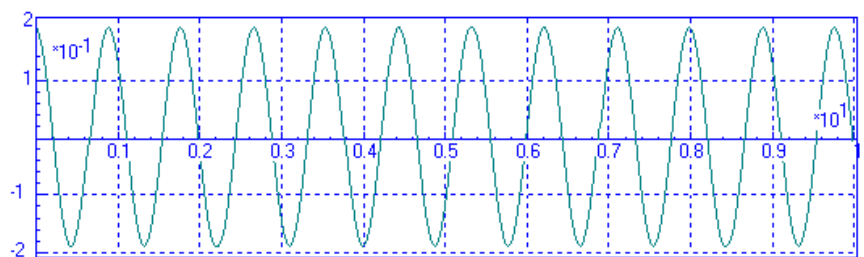


Рис.7.28. Вертикальные колебания грузов

### **7.9.1. Особенности описания модели**

#### **7.9.1.1. Различия при использовании биполярной и шарнирной силы**

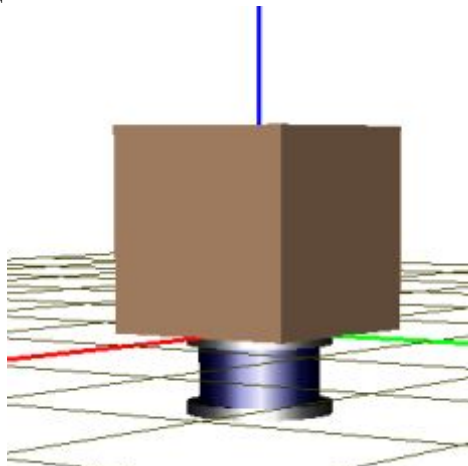
Для тел 1, 2, 3 сила упругости описана как биполярная, которой назначен графический образ – винтовая линия. Для 3, 4, 5 сила упругости описана как шарнирная сила. Для шарнирных сил невозможно назначить графический образ, однако они не имеют вырождения при нулевой длине, в отличие от биполярных сил.

### **7.9.2. Результаты моделирования**

При массе 10 кг все грузы совершают вертикальные колебания, график которых представлен на рис. 7.28.

## 7.10. Силовой элемент «Комбинированное трение»

**Примеры:** использование различных режимов силового элемента «Комбинированное трение» (Глава 2, п. Силовые элементы / Специальные силы / Комбинированное трение). Обоснование корректности моделей комбинированного трения с использованием уточненных многомассовых моделей.



**UM Модели:** Каталог *Samples/Library/CombFriction*

Имена моделей

*CF2D\_without\_fict*

*CF2D\_without\_fict\_MBS*

*CF2D\_with\_fict*

*CF2D\_with\_fict\_MBS*

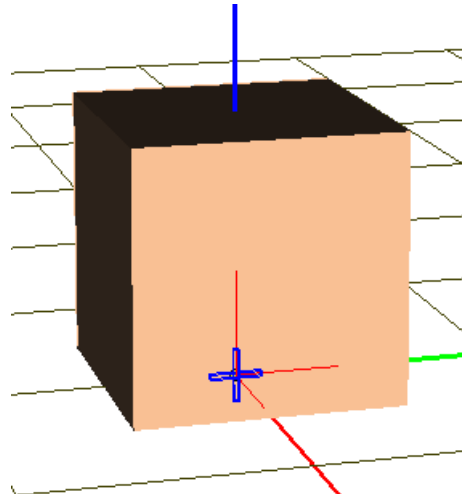
*CF2D\_with\_fict\_limit\_fict*

*CF2D\_with\_fict\_limit\_body2*

Модели можно разделить на две группы. В первой группе используется силовой элемент типа «Комбинированное трение» в различных режимах. Во второй группе находятся модели, в которых комбинированное трение заменено эквивалентной многомассовой (соответственно, более сложной) системой с целью обоснования корректности силового элемента путем сравнения результатов моделирования. Имена моделей второй группы содержат аббревиатуру MBS.

### 7.10.1. Модели с комбинированным трением

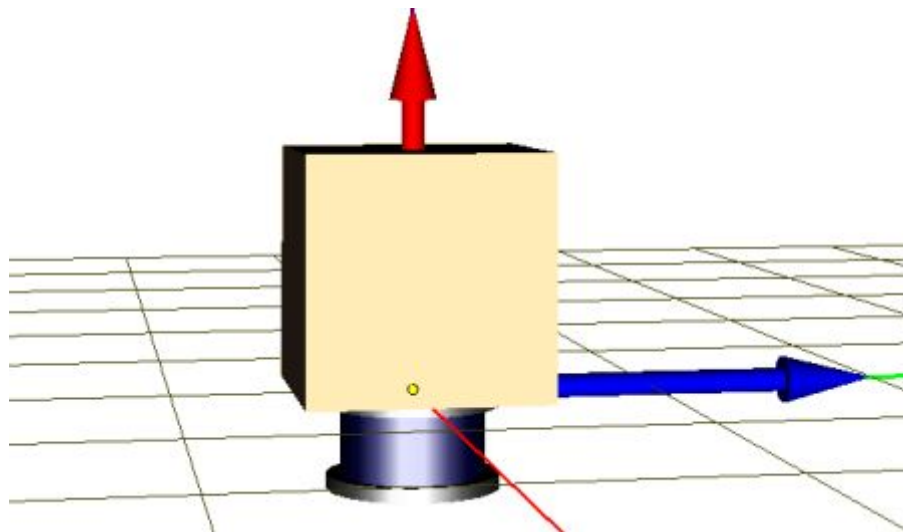
### 7.10.1.1. Тела и шарниры



Степени свободы куба

Остановимся сначала на моделях, включающих элемент «комбинированное трение». Модели содержит одно тело Body1, имеющее относительно базы одну поступательную степени свободы по вертикали, шарнир jBase0\_Body1. Этот же шарнир задает гармонические колебания куба вдоль оси Y по закону  $ampl*\sin(\omega*t)$ .

### 7.10.1.2. Силовой элемент «комбинированное трение»



Визуализация элемента «Комбинированное трение»

Специальный силовой элемент SFrc1 типа «Комбинированное трение» описывает контактное взаимодействие тела с базой.

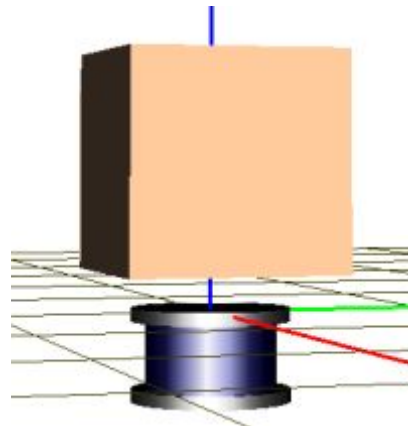
|  |     |
|--|-----|
| Длина  | 0.2 |
| <input type="checkbox"/> 3D  |     |
| <input checked="" type="checkbox"/> Односторонняя осевая сила      |     |
| <input checked="" type="checkbox"/> Точка принадлежит второму телу |     |

Элемент является односторонним и двумерным (2D). В рассмотренных здесь примерах контактная точка принадлежит невесомому телу.

|                 |                      |   |
|-----------------|----------------------|---|
| Ось элемента    |                      |   |
| ось Z : (0,0,1) |                      |   |
| 0               | n                    | 0 |
| 0               | n                    | 1 |
| Ось трения      |                      |   |
| ось Y : (0,1,0) |                      |   |
| 0               | n                    | 1 |
| 0               | n                    | 0 |
| Lmax            | 0.2+975*9.81/cstiffz |   |

Оси элемента и направление трения

Ось элемента вертикальная (красный вектор), ось трения направлена вдоль оси Y (синий вектор).



Отрыв тела от одностороннего силового элемента

Поскольку элемент односторонний, то в поле Lmax указана его максимальная длина, равная сумме длины элемента в положении равновесия (0.2) и статического прогиба (975\*9.81/cstiffz). Эта длина используется исключительно при отрисовке силового элемента: графический образ отрывается от элемента при подъеме тела вверх.

|   |             |        |
|---|-------------|--------|
| Настройки                                 | Осевая сила | Трение |
| Тип                                       |             |        |
| ← Линейный                                |             |        |
| $F = F0 - c*(x-x0) - d*v + Q*\sin(w*t+a)$ |             |        |
| F0  | 975*9.81    |        |
| c   | cStiffZ     |        |
| x0  | 0.2         |        |
| d   | cDissZ      |        |
| Q   | 0           |        |
| w   | 0           |        |
| a   | 0           |        |

Параметры осевой силы

Осевая сила, задающая нормальную реакцию при вертикальном смещении тела, задается линейным упруго-диссипативным элементом с параметризованными коэффициентами жесткости (CStiff) и диссипации (CDiss). При длине элемента  $x0=0.2$ м возникает сила, равная весу тела  $F0=975*9.81$ . Таким образом, при нулевой вертикальной координате тело находится в состоянии равновесия.

|                  |               |        |
|------------------|---------------|--------|
| Настройки        | Осевая сила   | Трение |
| Параметры трения |               |        |
| f                | 0.25          |        |
| f0               | 0.3           |        |
| cStiff           | cstiffcontact |        |
| cDiss            | cdisscontact  |        |

Параметры трения

Параметры трения определены на закладке Трение и включают значения коэффициента трения скольжения (0.25) и сцепления (0.3), а также параметризованную контактную жесткость и диссипацию в режиме сцепления.

Различные модели соответствуют четырем режимам комбинированного трения

Режим без фиктивного тела

- Режим без фиктивного тела (модель *CF2D\_without\_fict*)

Режим с фиктивным телом без ограничений (не включен зазор)

- Режим с фиктивным телом без ограничения (модель *CF2D\_with\_fict*). В режиме фиктивного трения дополнительно указана жесткость и диссипация связи фиктивного тела с базой в поперечном направлении (cStiffY, cDissY).

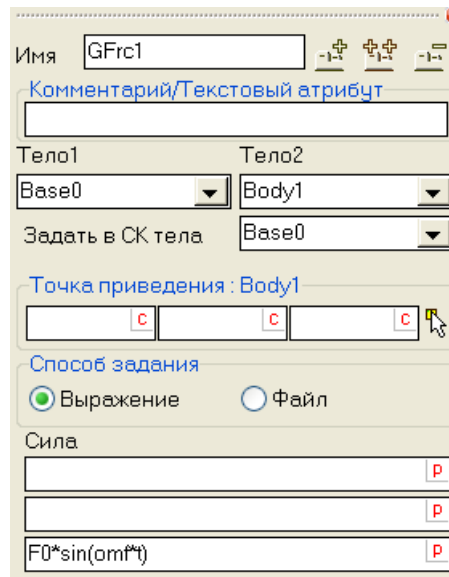
Режим с ограничением на смещение фиктивного тела

- Режим с фиктивным телом с ограничением на фиктивное тело (модель *CF2D\_with\_fict\_limit\_fict*). Дополнительно появляется закладка **Зазор**, на которой указывается тип ограничения и границы интервала (в данном случае – смещения фиктивного тела относительно базы).

Режим с ограничением на смещение второго тела

- Режим с фиктивным телом с ограничением на смещения второго тела (Body1) относительно фиктивного тела (модель *CF2D\_with\_fict\_limit\_body2*).

### 7.10.1.3. Гармоническое силовое возбуждение по вертикали



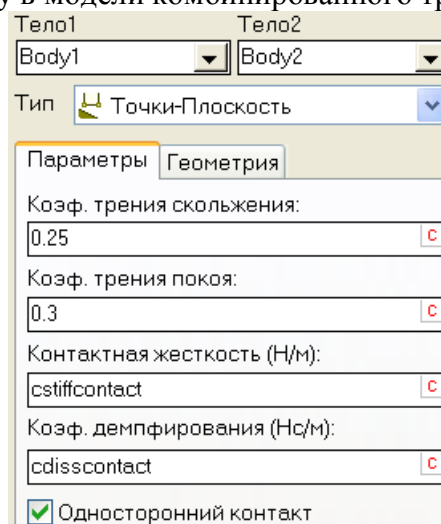
Вертикальная сила

Для реализации переменной нормальной реакции в контакте к телу приложена периодическая вертикальная сила. Для этого использован силовый элемент GFrc1 типа Т-сила. Амплитуда изменения силы параметризована идентификатором F0, частота – omf.

### 7.10.2. Многомассовые модели

Цель разработки многомассовых моделей является обоснование корректности математических моделей комбинированного трения и их реализации в УМ.

Многомассовые модели не содержат силовый элемент, а моделируют его с помощью дополнительного тела Body2, имеющего малую массу. Это тело соответствует невесомому или фиктивному телу в модели комбинированного трения.



Односторонний контакт с трением между телами

Тело Body2 связано с телом Body1 контактными силовыми элементами CFrc1 типа точка-плоскость с единственной контактной точкой.

Другие элементы различаются для разных моделей.

### 7.10.2.1. Модель CF2D\_without\_fict\_MBS

Данная модель является аналогом модели комбинированного трения в режиме без фиктивного тела.

|   |          |
|---|----------|
| Длина                                       | 0.2      |
| $F = F0 - c*(x - x0) - d*v + Q*\sin(w*t+a)$ |          |
| F0  | 975*9.81 |
| c   | CStiffZ  |
| x0  | 0.2      |
| d   | CDissZ   |

Биполярная вертикальная сила

Тело Body1 имеет относительно база единственную степень свободы по вертикали (шарнир jBody2) и связано с базой вертикальным упруго-диссипативным биполярным силовым элементом (аналог осевой силы для комбинированного трения).

### 7.10.2.2. Модель CF2D\_with\_fict\_MBS

Данная модель является аналогом модели комбинированного трения в режиме с фиктивным телом без ограничений.

Тело Body1 имеет относительно база две степени свободы (по вертикали и вдоль оси Y, шарнир jBody2). Биполярный элемент используется в данной модели только для графического образа и производит нулевую силу.

|   |          |   |          |
|---|----------|---|----------|
| Тип   | Линейный | Тип   | Линейный |
| $F = F0 - c*(x - x0) - d*v + Q*\sin(w*t+a)$ |          | $F = F0 - c*(x - x0) - d*v + Q*\sin(w*t+a)$ |          |
| F0  | 975*9.81 | F0  | 0        |
| c   | cstiffz  | c   | CStiffY  |
| x0  | 0        | x0  | 0        |
| d   | cdissz   | d   | CDissY   |

Шарнирные силы

Силы взаимодействия тела Body2 с базой заданы двумя шарнирными линейными упруго-диссипативными силами.

Замена биполярного элемента вертикальной шарнирной силой связано с тем, что биполярный элемент при поперечных смещениях дает не вертикальную, а слегка наклонную силу, направленную вдоль элемента. Эта сила имеет горизонтальную составляющую, которая отсутствует в модели комбинированного трения. В результате, результаты, получаемые с помощью комбинированного трения, отличаются от соответствующих результатов многомассовой модели. Это отличие устраняется при введении шарнирной силы.

### 7.10.3. Результаты моделирования

Некоторые результаты моделирования представлены в Главе 2, п. Силовые элементы / Специальные силы / Комбинированное трение

## 7.11. Многомассовая колебательная система

Модель (см. рис. 7.29) состоит из трех тел, связанных пружинами. Каждое тело имеет одну степень свободы – поступательное движение вдоль оси  $z$ . Пружины описаны с помощью биполярных сил, соединяющих соответствующие тела (тело 1 связано с базой  $Base0$ ).

UM Модель: *Library/Frequencies*

### 7.11.1. Особенности модели

#### 7.11.1.1. Описание графического образа пружины

Для задания графического образа пружины использовался графический элемент – *винтовая линия*.

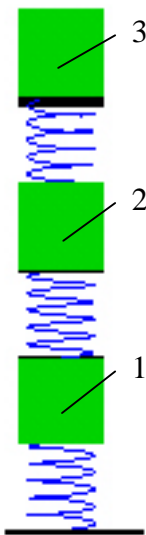


Рис. 7.29. Общий вид объекта

|   | Re      | Im |
|---|---------|----|
| 1 | 17.6613 |    |
| 2 | 43.8189 |    |
| 3 | 67.2512 |    |

Рис.7.30. Частоты системы

#### 7.11.1.2. Определение собственных частот системы

Для определения собственных частот системы воспользуемся *линейным анализом*. На вкладке *Частоты* показаны результаты расчета частот и форм колебаний (рис. 7.30). Если сравнить полученные частоты с пиками на графике спектральной плотности мощности амплитуды колебаний любого из грузов (пункт меню **Инструменты/Статистика**), то очевидно, что пики соответствуют собственным частотам системы (рис. 7.31).

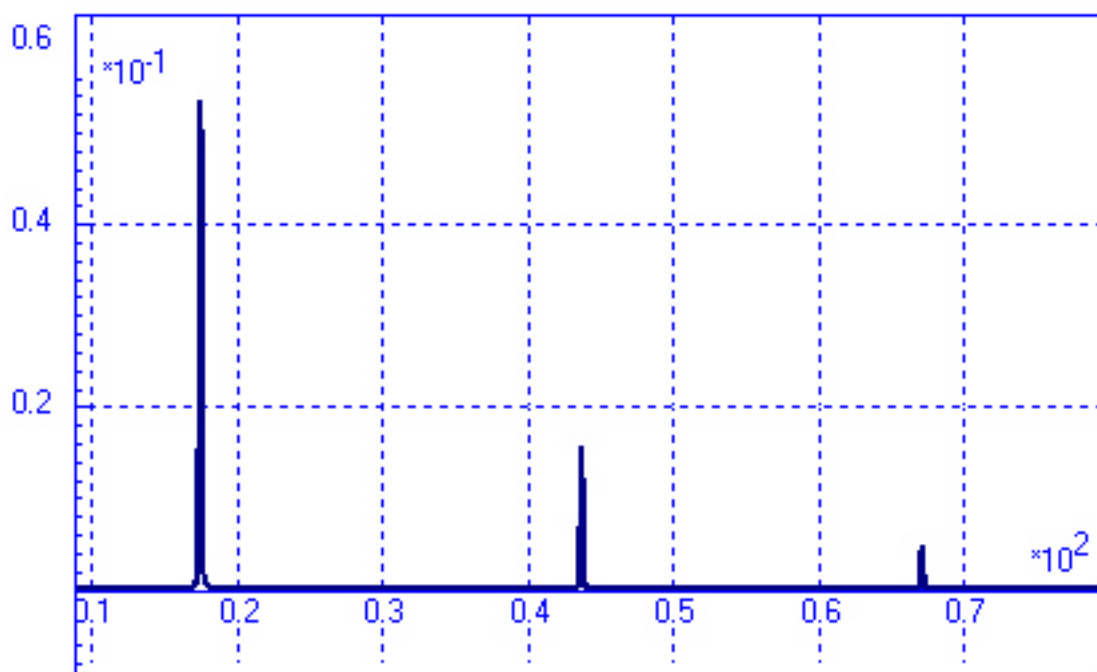


Рис. 7.31. Спектральная плотность мощности амплитуды колебаний груза 3

## 7.12. Автоколебания: движение тела по шероховатой плоскости

Модель (см. рис. 7.32) иллюстрирует движение тела по шероховатой поверхности с возникновением автоколебаний. Тело 2 движется по поверхности 1 под действием пружины 4, которая другим концом прикреплена к телу 5, которое движется по направляющей 3 с постоянной скоростью.

UM Модель: *Library/Oscillations*



Рис. 7.32. Общий вид модели

### 7.12.1. Особенности модели

#### 7.12.1.1. Описание контактного взаимодействия

Контактное взаимодействие между телом 2 и плоскостью 1 описано при помощи контактной силы типа «Точки-Плоскость». Контактные точки принадлежат телу 2 и заданы в вершинах его нижней грани. Контактная плоскость принадлежит базе, вектор внешней нормали к плоскости  $N=\{0; 0; 1\}$ .

#### 7.12.1.2. Движение по направляющей

Движение тела 5 по направляющей 3 описано при помощи поступательного шарнира, в котором шарнирная координата задана как функция времени. В данном примере это  $v\_leader*t$ , где  $v\_leader$  – идентификатор, определяющий скорость движения тела 5 по направляющей.

#### 7.12.1.3. Графический образ базы

Обратите внимание, что в данном примере базе назначен (*Объект / Образ сцены*) графический образ, содержащий изображение плоскости 1 и направляющей 4.

### 7.12.2. Результаты моделирования

При движении тела 5 по направляющей с постоянной скоростью 1 м/с графики положения и скорости тела представлены на рис. 7.33.

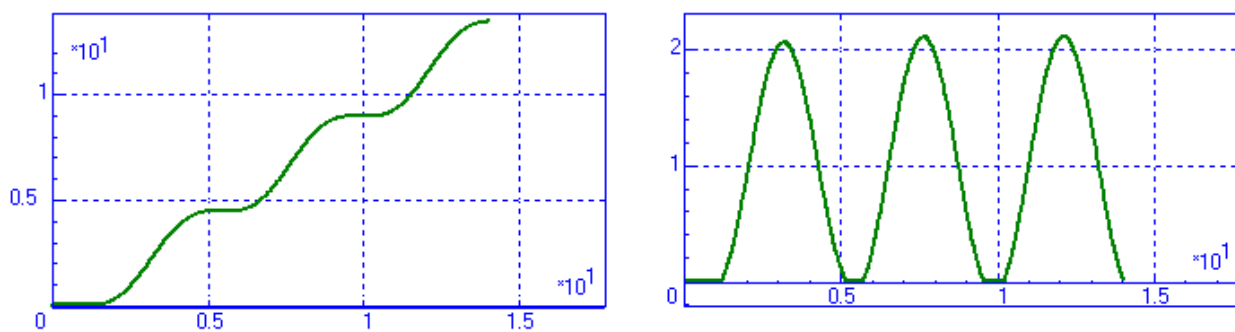


Рис. 7.33. Осциллограммы положения и скорости тела

### 7.13. Балка на роликах

Модель представляет собой балку, лежащую на двух роликах (рис. 7.34). Балка – тело с тремя степенями свободы (два перемещения вдоль осей  $y$  и  $z$  и вращение вокруг оси  $x$ ). Ролики вращаются вокруг оси  $x$  с заданной функцией времени.

UM Модель: *Library/Rollers*



Рис. 7.34. Общий вид модели

#### 7.13.1. Особенности модели

#### Задание контактного взаимодействия типа “Окружность-плоскость”

Между роликами и балкой действуют контактные силы. Для их определения на закладке “*Контакт. силы*” указываются параметры и геометрия контактного взаимодействия. В данном случае тип контакта *Окружн.-Плоск.* Плоскость задается точкой и нормалью к плоскости, окружность координатами центра, радиусом и нормалью к окружности.

#### Описание графического элемента в виде архимедовой спирали

Уравнение спирали Архимеда в полярных координатах:

$$\rho = a\varphi.$$

Для построения спирали в плоскости  $YZ$  воспользуемся формулами перехода от полярных координат к декартовым:

$$y = \rho \cos \varphi,$$

$$z = \rho \sin \varphi.$$

Если определить параметр  $p1$  (см. рис. 7.35) как  $\varphi$ , то уравнение архимедовой спирали будет следующим:

$$y = a \cdot p1 \cdot \cos p1,$$

$$z = a \cdot p1 \cdot \sin p1.$$

Если  $p1$  изменяется от 0 до  $\pi$ , то для построения спирали “закрученной” на  $b\pi$  радиан и  $\rho(\pi) = r$ , получим:

$$y = r \cdot p1 / \pi \cdot \cos(b \cdot p1),$$

$$z = r \cdot p1 / \pi \cdot \sin(b \cdot p1).$$

Балка под действием сил совершает колебания. На рис. 7.36 представлен график перемещений центра масс балки относительно оси  $y$ .

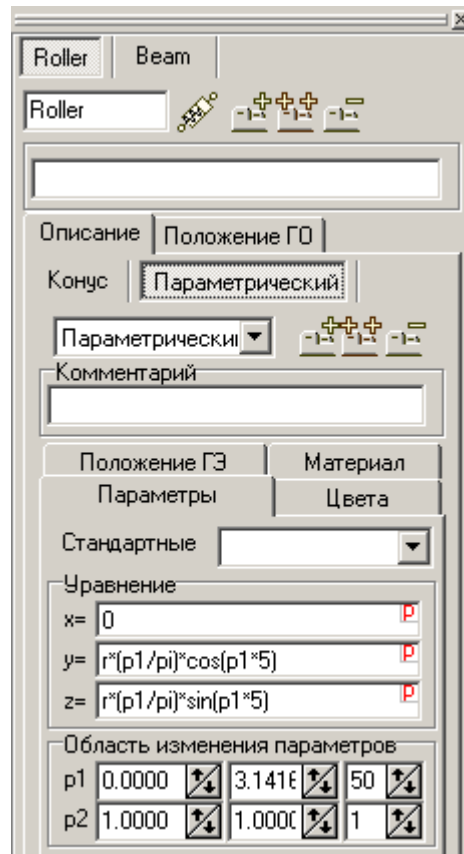


Рис. 7.35. Задание параметрического графического объекта

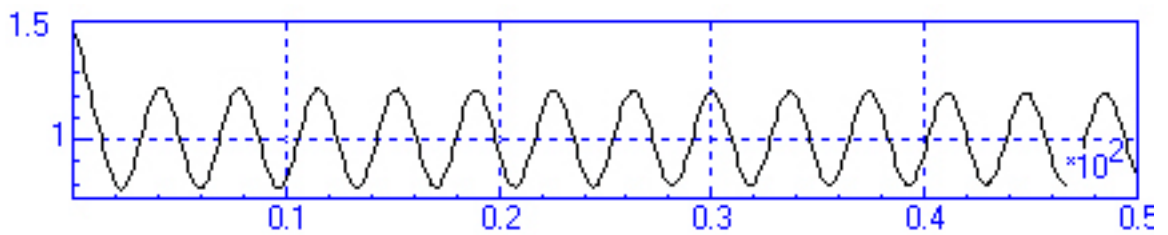


Рис. 7.36. Зависимость перемещения центра масс балки от времени

### 7.14. Движение тела как функция времени

Модель иллюстрирует, каким образом можно описать плоское движение тела как функцию времени при помощи обобщенного шарнира. Тело 3 (см. рис. 7.37), к которому вращательным шарниром прикреплен маятник 2, движется с постоянной скоростью по криволинейной неподвижной направляющей 1. Движение тела 3 по направляющей 1 задано функцией времени.

UM Модель: *Library/Round*

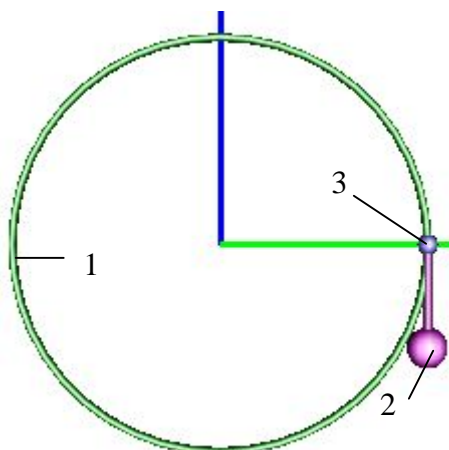


Рис. 7.37. Общий вид модели

#### 7.14.1. Особенности описания модели

##### 7.14.1.1. Описание движения тела 3 относительно базы

Движение тела 3 относительно базы описывается при помощи обобщенного шарнира. В шарнире заданы два элементарных преобразования типа *tt*. Подробная информация представлена в табл. 7.3. Значения идентификаторов с комментариями представлены в табл. 7.4.

Таблица 7.3

Элементарные преобразования в обобщенном шарнире

| № элементарного преобразования (ЭП) | Тип ЭП | Вектор преобразования | Выражение                                     |
|-------------------------------------|--------|-----------------------|---|
| 1                                   | tt     | Ось Y (0; 1; 0)       | $r \cdot \cos(\omega \cdot t + \text{phase})$ |
| 2                                   | tt     | Ось Z (0; 0; 1)       | $r \cdot \sin(\omega \cdot t + \text{phase})$ |

Таблица 7.4

Значения идентификаторов

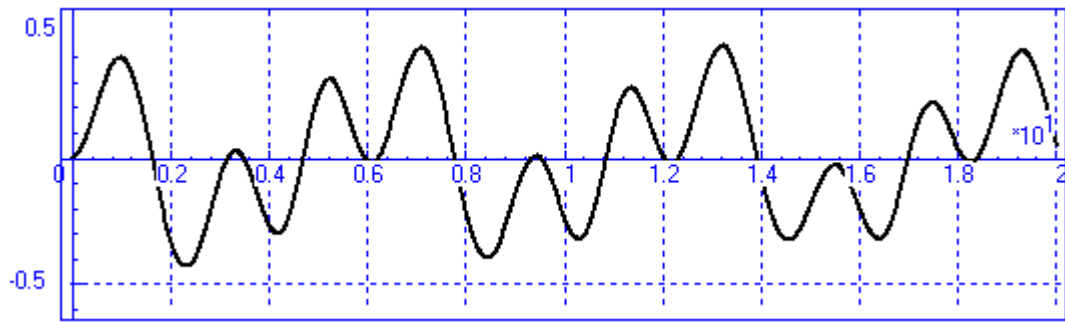
| Идентификатор | Значение | Комментарий                      |
|---------------|----------|----------------------------------|
| r             | 2        | Радиус направляющей 1            |
| omega         | 1        | Круговая частота вращения тела 3 |
| phase         | 0        | Фаза                             |

##### 7.14.1.2. Графический образ базы

Обратите внимание, что в данном примере базе назначен (*Объект|Образ сцены*) графический образ, содержащий изображение направляющей 1.

**7.14.2. Результаты моделирования**

График угла поворота маятника в зависимости от времени представлен на рис. 7.38.



**Рис. 7.38. Угол поворота маятника, рад**

### 7.15. Использование обобщенного шарнира

Модель иллюстрирует возможности использования обобщенных шарниров при описании моделей. На рис. 7.39 представлен общий вид модели кривошипно-ползунного механизма, состоящего из кривошипа 1, шатуна 2 и ползуна 3. Особенности описания обобщенных шарниров подробно рассмотрены в руководстве пользователя, пп. 2.3.4, 3.3.9.4 и научном руководстве.

UM Модель: *Library/Slider*

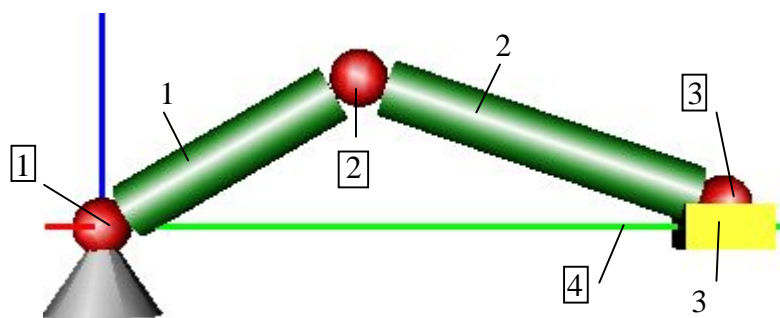


Рис. 7.39. Общий вид модели

#### 7.15.1. Описание обобщенных шарниров

Все шарниры в модели описаны как обобщенные. Шарниры 1, 2, 3 имеют одну вращательную степень свободы, шарнир 4 – одну поступательную. Подробная информация об элементарных преобразованиях (ЭП), при помощи которых описывались шарниры, представлена в табл. 7.5, где  $a$ ,  $b$  и  $d$  – длины звеньев 1, 2 и 3 соответственно, а  $c$  – расстояние от начала отсчета до положения ползуна в начальный момент времени.

Таблица 7.5

Элементарные преобразования в обобщенных шарнирах

| Номер шарнира | № ЭП | Тип ЭП | Вектор ЭП       | Параметр ЭП |
|---------------|------|--------|-----------------|-------------|
| 1             | 1    | rv     | Ось X (1; 0; 0) | -           |
|               | 2    | tc     | Ось Z (0; 0; 1) | $-a*0.5+r$  |
|               | 3    | tc     | Ось Z (0; 0; 1) | $-a*0.5-r$  |
| 2             | 1    | tc     | Ось Z (0; 0; 1) | $-a*0.5-r$  |
|               | 2    | rv     | Ось X (1; 0; 0) | -           |
|               | 3    | tc     | Ось Z (0; 0; 1) | $-b*0.5+r$  |
| 3             | 1    | tc     | Ось Z (0; 0; 1) | $-b*0.5-r$  |
|               | 2    | rv     | Ось X (1; 0; 0) | -           |
|               | 3    | tc     | Ось Z (0; 0; 1) | $-d*0.25$   |
| 4             | 1    | tc     | Ось Y (0; 1; 0) | $c$         |
|               | 2    | tv     | Ось Y (0; 1; 0) | -           |
|               | 3    | tc     | Ось Y (0; 1; 0) | $d*0.5$     |

## 7.16. Зубчатая передача с эллиптическими колёсами

Модель состоит из двух зубчатых колёс, номинальная форма которых – эллипсы с полуосями  $a$  и  $b$  (см. рис. 7.40). Колёса вращаются вокруг осей, проходящих через фокусы эллипсов. Расстояние между осями равно  $2a$ . Такая передача имеет переменное (периодическое) передаточное отношение, зависящее от угла поворота в зацеплении.

UM Модель: *Library/Ell\_Gear*

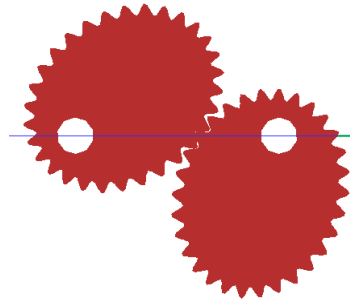


Рис. 7.40. Общий вид модели

### 7.16.1. Описание графического образа колёс

Для задания графического образа колеса создайте новый ГО, затем добавьте новый графический элемент (ГЭ), выберите тип *Параметрический* и в выпадающем списке выберите стандартный элемент *Эллиптическое колесо*. Если Вас не интересует, каким образом сформированы его уравнения, то пропустите дальнейшие формулы.

Уравнение номинального эллиптического контура колеса (рис. 7.41) в полярных координатах имеет вид

$$\begin{aligned} y &= a \cos \phi + e, \\ z &= b \sin \phi, \end{aligned}$$

где  $e = \sqrt{a^2 - b^2}$  – эксцентриситет эллипса. Для изображения зубьев введём касательный и нормальный векторы

$$\begin{aligned} r'_y &= -a \sin \phi, & n_y &= r'_z / \sqrt{r'^2_y + r'^2_z}, \\ r'_z &= b \cos \phi, & n_z &= -r'_y / \sqrt{r'^2_y + r'^2_z}, \end{aligned}$$

и примем приближённо, что зубья имеют форму синусоиды вида

$$f(\phi) = h \sin(k\phi),$$

где  $h$  и  $k$  – высота и количество зубьев.

Тогда уравнение контура колеса вместе с зубьями можно представить в виде

$$\begin{aligned} y &= a \cos \phi + e + f(\phi)n_y, \\ z &= b \sin \phi + f(\phi)n_z, & \phi &= 0 \dots 2\pi. \end{aligned}$$

Соответствующие выкладки и реализованы при описании графического элемента, изображающего зубчатое колесо.

### 7.16.2. Описание кинематики колёс

Сначала выведем зависимость между угловыми скоростями колёс на основании равенства (рис. 7.42)

$$\omega_1 r_1 = -\omega_2 r_2.$$

Уравнение эллипса с началом координат в левом фокусе имеет в декартовой системе координат вид

$$\frac{(y-e)^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1, \quad b^2 = a^2 - e^2,$$

а в полярной системе  $(r_1, \phi_1)$

$$r_1 = \frac{a^2 - e^2}{a - e \cos \phi_1}.$$

Тогда, учитывая зависимость

$$r_2 = 2a - r_1,$$

найдем передаточное соотношение

$$\omega_2 = -\frac{r_1 \omega_1}{r_2} = -\frac{a^2 - e^2}{a^2 - 2ae \cos \phi_1 + e^2} \omega_1.$$

Чтобы найти соотношения между углами поворота в зацеплении, проинтегрируем последнее соотношение по времени:

$$\operatorname{tg} \frac{\phi_2}{2} = -\frac{a+e}{a-e} \operatorname{tg} \frac{\phi_1}{2}.$$

$$\phi_2 = -2 \operatorname{arctg} \left( \frac{a+e}{a-e} \operatorname{tg} \frac{\phi_1}{2} \right).$$

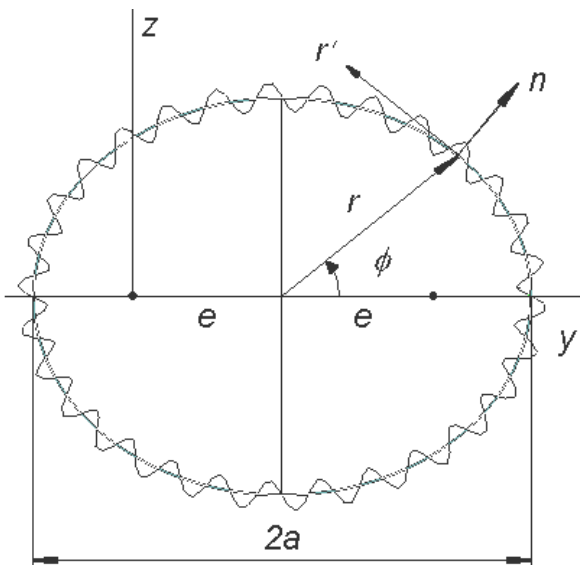


Рис. 7.41. Контур зубчатого эллиптического колеса

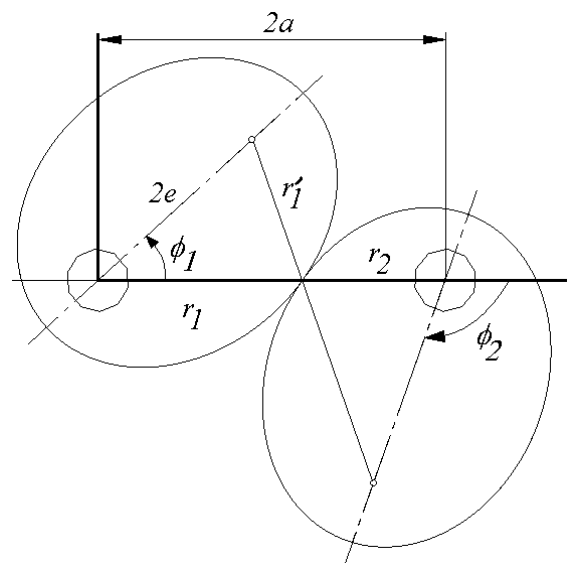


Рис. 7.42. Кинематика зацепления

### 7.17. Игра преследования

Модель представляет собой реализацию математической игры преследования (рис. 7.43), в которой цель 1 движется по некоторой траектории, а преследователь 2 стремится поймать её, используя некоторую стратегию движения.

UM Модель: *Library/MathGame*

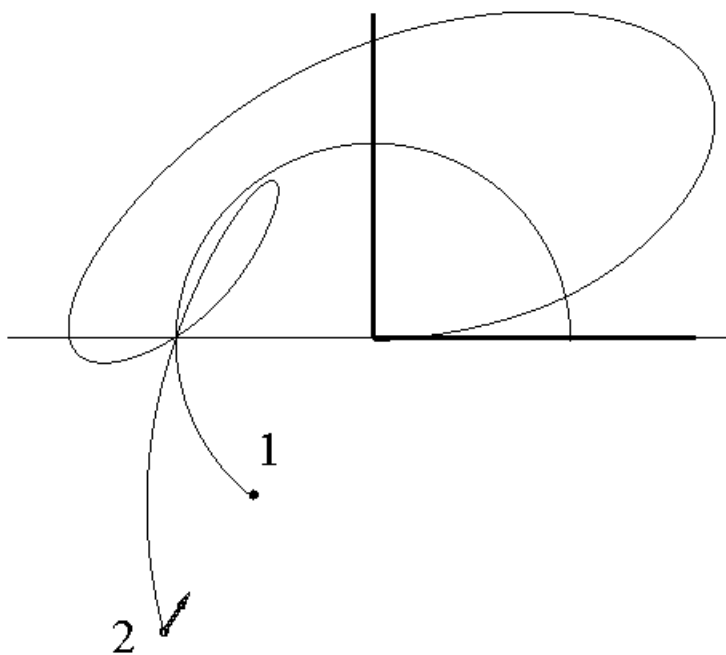


Рис. 7.43. Игра преследования

#### 7.17.1. Тела

В модели два тела, они изображаются эллипсоидами радиусами **rad** (=0.05) и **rad2** (=0.05) соответственно. Инерционные параметры цели 1 не важны, так как её движение задано кинематически (см. ниже). Масса преследователя равна **m2** (=3).

#### 7.17.2. Шарниры

Движение цели 1 задано обобщённым шарниром с тремя элементарными преобразованиями типа tt. Параметры элементарных преобразований даны в табл.

Таблица 7.6

Параметры элементарных преобразований

| Элементарное преобразование | Ось | Вектор  | Выражение       |
|-----------------------------|-----|---------|-----------------|
| 1                           | x   | (1,0,0) | 0               |
| 2                           | y   | (0,1,0) | rcirc*cos(om*t) |
| 3                           | z   | (0,0,1) | rcirc*sin(om*t) |

Здесь  $rcirc$  (=2) – радиус окружности, и  $om$  (=1) – круговая частота обращения по окружности. Движение преследователя задаётся шестистепенным шарниром с выключенными углами поворота, таким образом, тело 2 имеет три поступательные степени свободы.

### 7.17.3. Силы

Для простоты задачи в модели отключена сила тяжести – необходимо установить нулевые значения компонент вектора силы тяжести, см. **Объект – Направление силы тяжести**. Стратегию преследователя определяет управляющая сила, которая моделируется биполярной силой. Она действует между телами **Преследователь** и **Цель**, и имеет тип **Выражение** с постоянным значением – **Force**. Знак минус означает, что сила стремится уменьшить расстояние между телами. Значение идентификатора **Force** равно 50.

### 7.17.4. Моделирование

Результаты моделирования движения показывают (рис. 7.43), что такая простая стратегия преследователя не обеспечивает достижение цели: из-за наличия сил инерции преследователь всё время «промахивается» мимо цели. Более эффективной стратегией было бы управление силой, направленной с *упреждением*, то есть с учётом скоростей движения обоих тел.

## 7.18. Коническая зубчатая передача

Модель (см. рис. 7.44) состоит из двух конических зубчатых колёс – ось вращения одного из них (шестерни) неподвижна, другого (сателлита) – подвижна. Угол между осями вращения 90 градусов.

UM Модель: *Library/Gears*

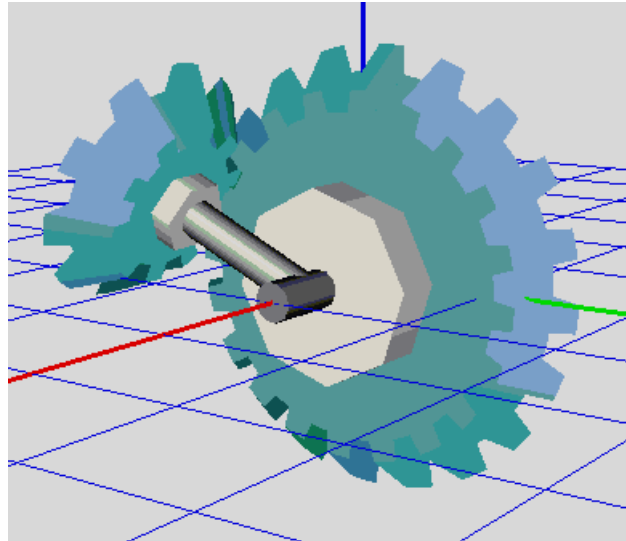


Рис. 7.44. Коническая зубчатая передача

### 7.18.1. Графические образы колес

Для задания графического образа шестерни (тело 1) создайте новый ГО, затем добавьте новый графический элемент (ГЭ), выберите тип **Параметрический** и в выпадающем списке выберите стандартный элемент **Шестерня**. Установите его параметры:

- **rgear** (=0.2) – радиус;
- **wgear** (=0.05) – толщина;
- **hgear** (=0.025) – высота зубьев;
- **zgear** (=20) – число зубьев;
- **tgear** (=1) – конусность конического колеса.

Параметры графического образа сателлита (тело 2):

- **rgear1**=0.1;
- **wgear1**=0.05;
- **hgear1**=0.025;
- **zgear1**=10, **tgear**=1.

В системе есть ещё одно тело (номер 3) – водило, с которым шарнирно соединяется ось вращения сателлита. Графический образ водила – цилиндр длиной **rgear**, расположенный вдоль локальной оси Y. Для всех графических элементов назначьте материал – сталь, для всех тел – автоопределение инерционных параметров.

### 7.18.2. Шарниры

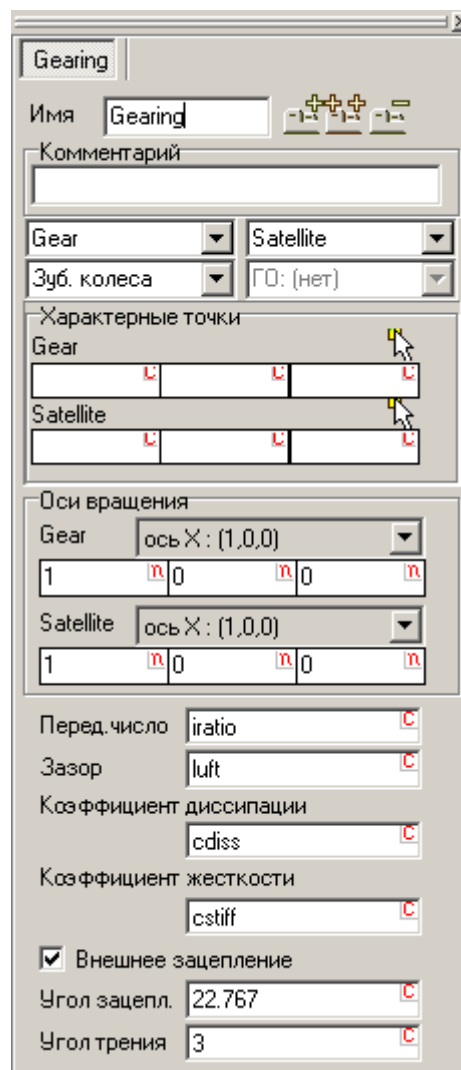
1. База – Шестерня. Шарнир – вращательный вокруг локальных осей X (1, 0, 0) для обоих тел.

2. База – Водило. Шарнир – вращательный вокруг локальных осей X (1, 0, 0).
3. Водило – Сателлит. Шарнир вращательный, оси вращения: у водила – Y (0, 1, 0), у сателлита – X (1,0,0).

### 7.18.3. Силы в зацеплении

В модели единственная сила, моделирующая зубчатое зацепление (меню **Спец. силы**). Тип – **зубчатое зацепление**. Действует между телами Шестерня и Сателлит. Точки взаимодействия (центры колёс) – в центре масс (0, 0, 0) для обоих тел. Оси вращения – вдоль локальных осей X (1, 0, 0). Установите также другие параметры зацепления:

- передаточное число – 2;
- зазор;
- коэффициент диссипации **cdiss** (=1000);
- коэффициент жёсткости зубьев **cestiff** (=100000).



## 7.19. Деформируемая молекула

Модель (рис. 7.45) содержит одно неподвижное тело, изображаемое графическим образом с изменяемой геометрией в зависимости от времени.

УМ Модель: *Library/Molecule*

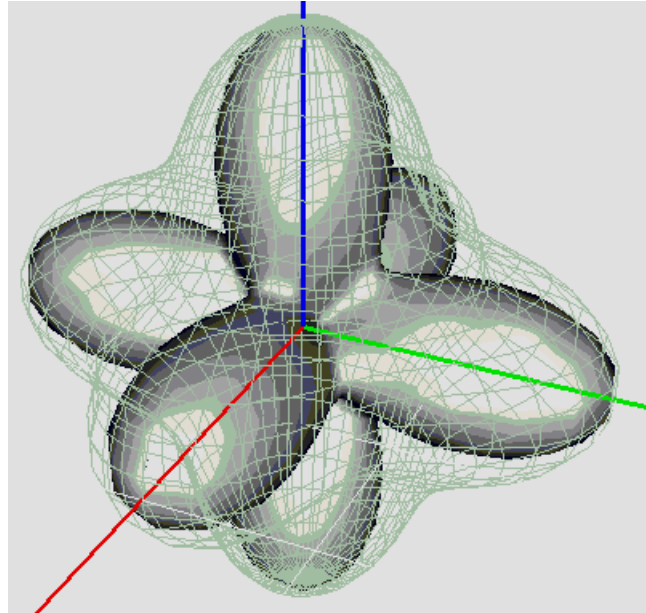


Рис. 7.45. Деформируемая молекула

### 7.19.1. Графический образ

В УМ графические образы тел предполагаются неизменяемыми. Однако, если это необходимо, например, для более эффектной демонстрации, то можно заставить изменяться любой графический объект, выразив его геометрические параметры через некоторый идентификатор, и затем изменяя его в процессе интегрирования уравнений движения.

В данном примере **графический образ** содержит единственный графический элемент типа **параметрический** стандартного подтипа **молекула**. Описывающие его уравнения (в декартовой СК они имеют вид)

$$(x^2 + y^2 + z^2)^{n+1} = (x^n + y^n + z^n)^2$$

содержат параметр **mdeg** (показатель степени  $n$ ), от которого и зависит его форма.

Будем изменять параметр **mdeg** по закону

$$m_{\text{deg}} = \frac{n_{\text{max}} + n_{\text{min}}}{2} + \frac{n_{\text{max}} - n_{\text{min}}}{2} \sin \omega t,$$

то есть между значениями **nmin** (=1.2) и **nmax** (=5), скорость изменения определяется параметром **om** (=5).

### 7.19.2. Тело

Создайте одно тело и присоедините к нему шарнир, например, шестистепенной, причём выключите все степени свободы.

Модель описана.

Синтезируйте уравнения движения.

### 7.19.3. Программирование в файле управления

Откройте автоматически сформированный файл управления (меню **Инструменты – Файл управления...**) и модифицируйте указанным образом следующие процедуры:

```
var
  IDind: integer;

procedure TimeFuncCalc( _t : real; _x, _v : VectRPtr; _isubs : integer );
var
  _ : _moleculeVarPtr;
begin
  _ := _PzAll[SubIndx[_isubs]];
  _mdeg := (_nmax+_nmin)/2 + (_nmax-_nmin)/2*sin(_om*_t);
  SetIdentifierValue(IDind, 1, _mdeg);
end;

procedure UserCalc( _x, _v, _a : VectRPtr; _isubs, _UMMessage : integer; var WhatDo : integer );
var
  Key,i : integer;
begin
  Key := WhatDo;
  WhatDo := NOTHING;
  case _UMMessage of
    0 : begin
      end;
    FIRSTINIT_MESSAGE : begin
      GetElementIndexByName(eltIdentifier, 'mdeg', IDind, i);
    end;
    istep_end : RefreshElement(eltGo,1,1);
    integr_end : RefreshElement(eltGo,1,1);
    xvastep_message : RefreshElement(eltGo,1,1);
    xvaend_message : RefreshElement(eltGo,1,1);
  end;
end;
```

После этого откомпилируйте уравнения и запустите моделирование.

## 7.20. Торсион

**Пример:** моделирование угловых пружин и торсионов.

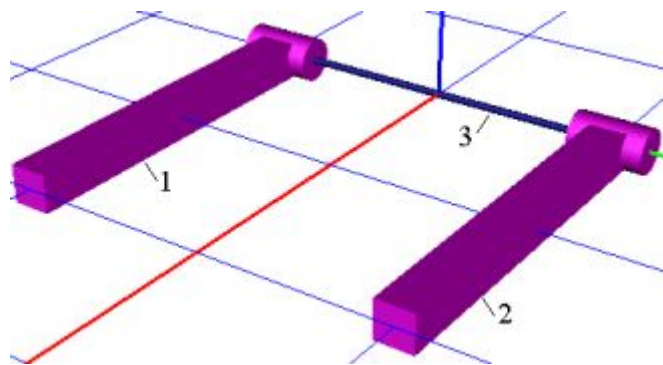
**УМ Модель:** *Library/Torsion*

*Торсион (от франц. torsion - скручивание, кручение), стержень, работающий на кручение, выполняющий функции пружины. Изготавливается из термически обработанной стали, допускающей большие напряжения кручения и значительные углы закручивания (десятки градусов). Применяется в подвесках главным образом транспортных машин.<sup>1</sup>*

Модель (рис. 7.46) содержит рычаги 1 и 2, соединенных между собой при помощи торсиона 3, а с базой – вращательными шарнирами. К рычагу 2 приложен активный момент, направленный вдоль оси Y. Величина этого активного момента вынесена в пульт управления. Таким образом, пользователь может изменять активный момент непосредственно в процессе моделирования.

В шарнирах, которые связывают рычаги 1 и 2 с базой, при помощи шарнирных сил введены упруго-диссипативные моменты (угловые пружины с диссипацией). Торсион 3 моделируется линейным силовым элементом, матрица жесткости которого имеет единственный ненулевой элемент - угловую жесткость вокруг оси Y.

При запуске моделирования можно наблюдать переходный процесс (см. рис. 7.47), при котором рычаги из начального горизонтального положения опускаются в положение равновесия. Если затем назначить активному моменту, действующему на второе тело, некоторое ненулевое значение, тогда после некоторого переходного процесса рычаги придут в новое положение равновесия. Заметим, что на рис. 7.47 до включения активного момента углы поворота обоих рычагов одинаковы.



**Рис. 7.46. Общий вид модели**

<sup>1</sup> Большая советская энциклопедия

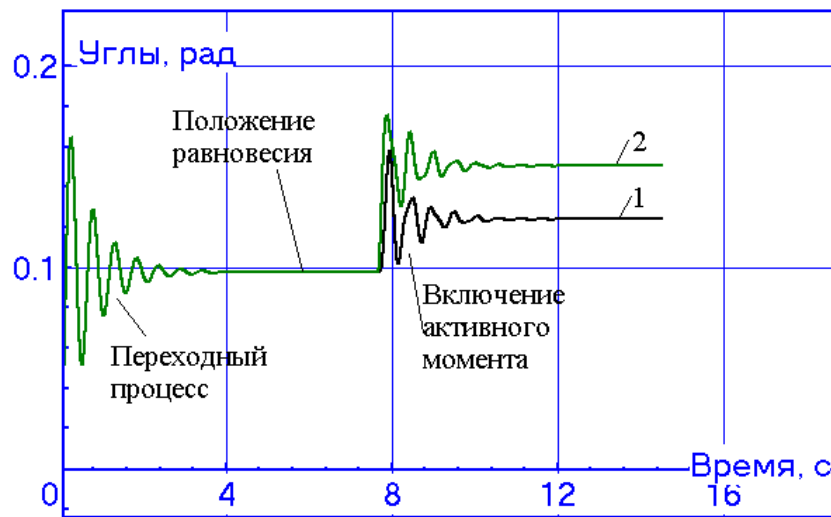


Рис.7.47. Результаты моделирования: углы поворота рычагов

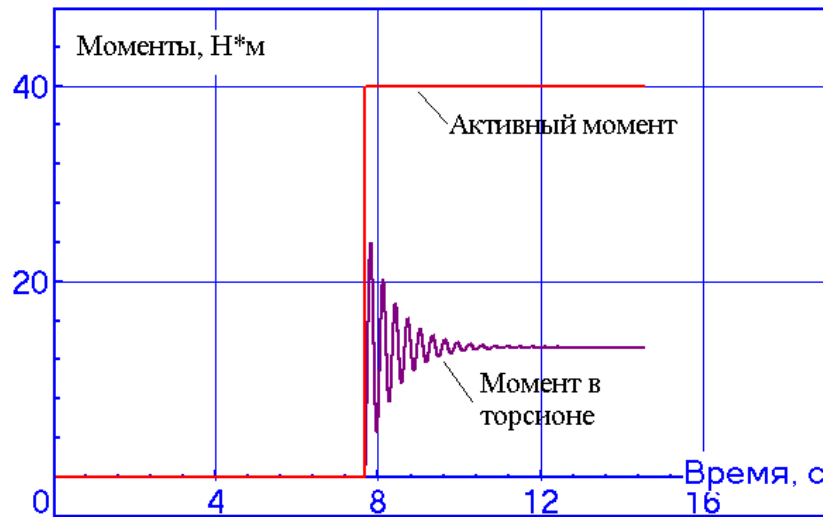
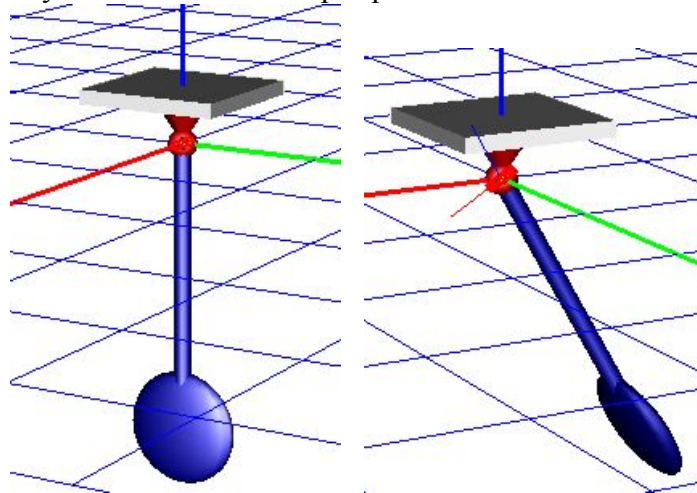


Рис. 7.48. Результаты моделирования: активный момент и момент в торсионе

### 7.21. Преобразование типа шарнира и параметризация оси вращения

**Пример:**

- 1) иллюстрация к преобразованию типа шарнира (Гл. 3, п. Ввод шарнира | Преобразование типа шарнира);
- 2) параметризация угла наклона оси шарнира.

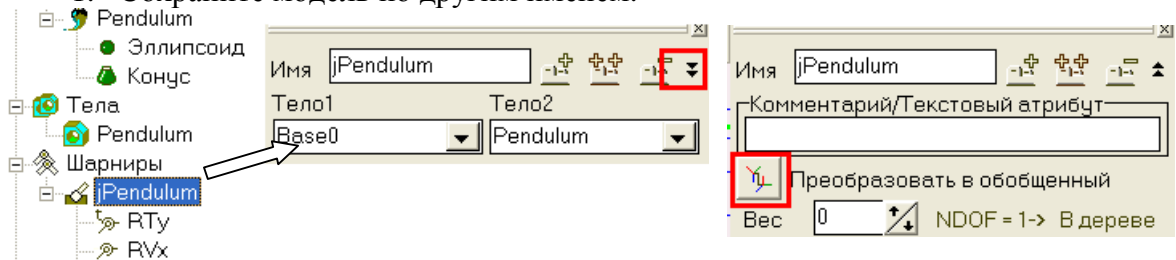


**Рис. 7.49. Маятники с горизонтальной и наклонной осями вращения**



**UM Модель:** *Library/Pendulum; Library/Pendulum\_inclined*

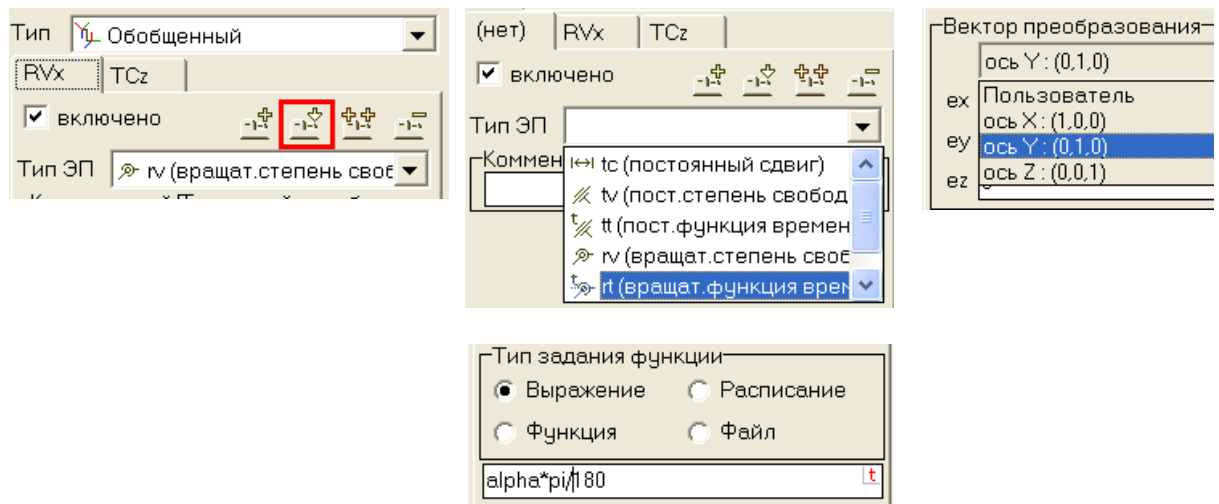
Прочитайте модель *Library/Pendulum* в программе ввода. Это модель маятника, совершающего колебания вокруг горизонтальной оси. Преобразуем модель так, чтобы вращение маятника происходило вокруг наклонной оси, причем угол наклона оси к горизонту должен быть параметризован, то есть задан с помощью идентификатора.

1. Сохраните модель по другим именем.



**Рис. 7.50. Преобразование вращательного шарнира к обобщенному типу**

2. Перейдите к вращательному шарниру jPendulum и преобразуйте его к обобщенному типу, для чего щелкните сначала на кнопке , а затем - , рис. 7.50.



**Рис. 7.51.** Задание ЭП, параметризующего угол наклона оси вращения маятника

3. Вращательный шарнир конвертируется в обобщенный с двумя элементарными преобразованиями (ЭП). При выбранном преобразовании RVx (вращательная степень свободы вокруг оси x) вставьте новое ЭП с помощью кнопки . Задайте его тип *rt* (вращение как функция времени). Выберите направление оси вращения – вокруг оси y. Наконец, внесите выражение, параметризующее угол наклона оси с помощью выражения  $\alpha \cdot \pi / 180$ . Тогда угол наклона оси вращения маятника к горизонту будет параметризован идентификатором *alpha*. Угол задается в градусах.

Пользователь может сравнить результат с готовой моделью, размещенной под именем *Library/Pendulum\_inclined*, рис. 7.49.